

THESE

présentée à la

FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE NANCY

pour obtenir le

TITRE DE DOCTEUR INGENIEUR

par

Philippe GRAFF

Ingénieur E. N. S. E. M.

Licencié-ès-Sciences

SUJET : Contribution à l'étude d'un moteur asynchrone alimenté à
fréquence variable à l'aide d'un convertisseur statique à
thyristors.

Soutenue le 17 JUIN 1969 devant la Commission d'Examen

Membres du JURY

Président : M. R. GUILLIEN

Examineurs : MM. E. GUDEFIN

J. ROBERT

CONTRIBUTION A L'ETUDE D'UN MOTEUR ASYNCHRONE
ALIMENTE A FREQUENCE VARIABLE A L'AIDE D'UN
CONVERTISSEUR STATIQUE A THYRISTORS

-*-*-*



ANNEE SCOLAIRE 1968/69

DOYEN : M. AUBRYASSEESSEUR : M. GAYDoyens Honoraires : MM. CORNUBERT - ROUBAULT.

Professeurs Honoraires : MM. RAYBAUD - LAFFITTE - LERAY - JOLY -
LAPORTE - EICHBORN - CAPELLE - GODEMENT - DUBREIL -
L. SCHWARTZ - DIEUDONNE - DE MALLEMAN - LONGCHAMBON - LETORT -
DODE - GAUTHIER - GOUDET - OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN -
WAHL -

Maîtres de Conférences Honoraires : MM. LIENHART - PIERRET - M^{le} MATHIEUPROFESSEURS

MM.	ROUBAULT	Géologie
	VEILLET	Biologie Animale
	BARRIOL	Chimie Théorique
	BIZETTE	Physique
	GUILLIEN	Electronique
	LEGRAS	Mécanique Rationnelle
	BOLFA	Minéralogie
	NICLAUSE	Chimie
	FAIVRE	Physique Appliquée
	AUBRY	Chimie Minérale
	COPPENS	Radiogéologie
	DUVAL	Chimie
	FRÜHLING	Physique
	HILLY	Géologie

b	LE GOFF	Génie Chimique
	SUHNER	Physique Expérimentale
	CHAPON	Chimie Biologique
	HEROLD	Chimie Minérale Industrielle
	SCHWARTZ B.	Exploitation Minière
	MALAPRADE	Chimie
	* MANGENOT	Botanique
	GAYET	Physiologie
	HADNI	Physique
	* BASTICK	Chimie
	DUCHAUFOR	Pédologie
	GARNIER	Agronomie
	NEEL	Chimie Organique Industrielle
	BERNARD	Géologie Appliquée
	* CHAMPIER	Physique
	* GAY	Chimie Biologique
	STEPHAN	Zoologie
	* CONDE	Zoologie
	* WERNER	Botanique
	EYMARD	Calcul Différentiel et Intégral
	LEVISALLES	Chimie Organique
	FELDEN	Physique
	* GOSSE	Mécanique Physique
	* DAVOINE	Physique (ENSMIM)
	HORN	Physique (1 ^o cycle)
	* ROCCI	Géologie
*Mme	LUMER	Mathématiques
	DELPUECH	Chimie Physique

N...	Chimie Biologique
N...	Mécanique Appliquée
N...	Analyse Supérieure
N...	Méthodes Mathématiques de la Physique
N...	Mécanique Rationnelle

(*) Professeur titulaire à titre personnel

PROFESSEURS SANS CHAIRE

c

Mme	BASTICK	Chimie P. C. EPINAL
MM.	GUDEFIN	Physique
	VUILLAUME	Psychophysiologie
	FRENTZ	Biologie Animale
	MARI	Chimie (ISIN)
	AUROUZE	Géologie
	DEVIOT	Physique du Solide
	FLECHON	Physique P. C.
Mle	HUET	Mathématiques C. B. G.
	VIGNES	Métallurgie
	BALESDENT	Thermodynamique, Chimie Appliquée (ENSIC)
	BLAZY	Minéralogie Appliquée (ENSG)
	JANOT	Physique P. C. EPINAL
	CACHAN	Entomologie Appliquée (ENSA)

Maîtres de Conférences

MM.	JACQUIN	Pédologie et Chimie agricoles
	MAINARD	Physique M. P.
	MARTIN	Chimie P. C.
	PAULMIER	Mécanique Expérimentale
	PROTAS	Minéralogie
	JOZEFOWICZ	Physico-Chimie
	JURAIN	Géologie C. B. G.
	RIVAIL	Chimie Appliquée (CUCES)
	VILLERMAUX	Génie Chimique
	METCHE	Biochimie Appliquée (Brasserie)
	PAIR	Mathématiques Appliquées
	BAUMANN	Physique 1 ^o cycle
	DURAND	Physique



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41551920_0018

GRANGE	Physique (ISIN)
DEPAIX	Probabilités et Statistiques
BAVEREZ	Chimie (ENSIC)
CHAMBON	Exploitation Minière (Mines)
HUSSON	Physique (ENSEM)
WEISSLINGER	Physique
GERL	Physique
ROQUES	Chimie Minérale
FERRIER	Mathématiques
N...	Mécanique des Fluides (ISIN)
N...	Mécanique (ISIN)
N...	Mathématiques
N...	Mathématiques P. C.
N...	Mathématiques C. B. G.
N...	Physiologie Animale
N...	Mathématiques M. P.

CHARGES D'ENSEIGNEMENTS

MM. AMARIGLIO, COEURE, DAVRAINVILLE, GILORMINI, GIRARDEAU,
HILY, MAURIN, NOVERRAZ, OVAERT, RUYER, WEBER.

Le présent travail a été effectué au Laboratoire d'Electrotechnique de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique de NANCY dirigé par Monsieur le Professeur E. GUDEFIN. C'est sous son impulsion et grâce à son aide constante que nous avons pu mener notre travail à bien. Qu'il veuille trouver ici l'expression de nos plus vifs remerciements et de notre profonde gratitude.

Nous tenons à remercier tout particulièrement Monsieur le Professeur R. GUILLIEN, Directeur de l'Institut de Génie Biologique et Médical de nous avoir fait l'honneur de présider notre jury.

Nous remercions très vivement Monsieur le Professeur J. ROBERT de nous avoir éclairé de ses précieux conseils et d'avoir accepté de participer à notre jury.

Nous remercions tous nos camarades de Laboratoire d'avoir supporté avec bonne humeur les longues discussions que nous leur imposions.

La diligence aimable et souriante de Madame BIGEARD et de Messieurs MAURER et ROLLIN a permis la réalisation de ce travail. Qu'ils en soient ici sincèrement remerciés.

Nous tenons enfin à adresser nos remerciements à Messieurs LELONGE et LAUX dont la compétence nous a permis de réaliser nos appareillages.

1.2.3 - Cas où $R_f \neq 0$	41
1.2.3.1 - Diagramme d'impédance	41
1.2.3.2 - Diagramme de courant	42
1.2.3.3 - Etude du couple	46
 2 - Deuxième partie	58
2.1 - Equations Générales	58
2.1.1 - Notations et définitions	59
2.1.2 - Equations des flux	62
2.1.3 - Couples	65
2.2 - Discussion des formes de couples	66
2.2.1 - $n + 1 = k P$	66
2.2.2 - $n - 1 = k P$	67
2.3 - Validité de l'étude - Restrictions	67
2.3.1 - Conclusion	67
2.3.2 - Améliorations à apporter à la machine	68
2.3.3 - Restrictions théoriques	68
 III - Réalisations pratiques. Etude expérimentale	73
1 - Etude triphasée	73
1.1 - Connexion des enroulements	74
1.2 - Obtention de triphasé	74
1.3 - Equations de la machine à stator triphasé	77
1.4 - Mode opératoire	81
1.5 - Résultats (Planche 1 à 25).....	84

2 - Etude tétraphasée	110
2.1 - Connexion des enroulements	110
2.2- Obtention de tétraphasé	110
2.3- Equations de la machine à stator tétraphasé	112
2.4- Mode opératoire	116
2.5- Résultats (Planches 26 à 48).....	116
3 - Etude hexaphasée	140
3.1 - Connexion des enroulements	140
3.2 - Obtention d'hexaphasé	140
3.3 - Equations de la machine à stator hexaphasé	142
3.4 - Mode opératoire	143
3.5 - Résultats (Planches 49 à 57).....	143
4 - Etude comparative des résultats	153
(planches 58 à 66)	
Conclusion	163
Bibliographie	165

NOTATIONS ET SYMBOLES

Nous sommes amenés à préciser deux types distincts de notations utilisées.

Diagrammes unitaires.

ω_o pulsation de référence

ω^s pulsation des grandeurs statoriques

ω^r pulsation des grandeurs rotoriques

$s = \frac{\omega^s}{\omega_o}$ pulsation statorique rapportée

$r = \frac{\omega^r}{\omega_o}$ pulsation rotorique rapportée

$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$ coefficient de dispersion

$\frac{1}{Z_{10}} = Y_{10} = \frac{1}{j L_1 \omega_o}$ admittance synchrone ($R_1 = 0$)

$y = \frac{Y_1}{Y_{10}}$ admittance rapportée

V_{10} tension d'alimentation de référence

$v = \frac{V_1}{V_{10}}$ tension d'alimentation rapportée

$I_{10} = Y_{10} V_{10}$ courant à vide de référence

$i = \frac{I_1}{I_{10}}$ courant primaire rapporté

$b = \frac{R_2}{N_2 \omega_o}$

Γ_{om} = couple maximal de référence

$\gamma = \frac{\Gamma}{\Gamma_{om}}$ couple rapporté

$a = \frac{1}{L_1 \omega_o}$

$z = \frac{Z_1}{Z_{10}}$ impédance rapportée

Etude harmonique.

n numéro de l'harmonique

ω_n^s pulsation statorique du n^o harmonique

ω_n^r pulsation rotorique du n^o harmonique

g_n glissement relatif au n^o harmonique

P nombre de phases statoriques

Q nombre de phases rotoriques

p numéro d'un enroulement statorique

q numéro d'un enroulement rotorique

$a_{p,n}^s$ n^o harmonique de la grandeur A dans le p^o enroulement statorique

$b_{q,n}^s$ n^o harmonique de la grandeur B dans le q^o enroulement rotorique

L_{nn}^{ss} matrice carrée $P \times P$ de couplage des éléments statoriques

L_{nn}^{rr} matrice carrée $Q \times Q$ de couplage des éléments rotoriques

L_{nn}^{sr} matrice rectangulaire $P \times Q$ de couplage stator - rotor

L_{nn}^{rs} matrice rectangulaire $Q \times P$ de couplage rotor - stator

l_P^s inductance de fuite d'une bobine pour stator Pphasé

L_{oP}^s inductance propre d'une bobine pour stator P - phasé

$M_{PQ,n}^{sr}$ coefficient d'inductance mutuelle maximum entre une phase du stator Pphasé et une phase du rotor Qphasé.

l_Q^r inductance de fuite d'une bobine pour rotor Qphasé

L_{oQ}^r inductance propre d'une bobine pour rotor Q - phasé

$\delta^s = \frac{2\pi}{P}$ déphasage angulaire de deux bobines pour stator Pphasé.

$\delta^r = \frac{2\pi}{Q}$ déphasage angulaire de deux bobines pour rotor Qphasé.

${}_n\varphi_n^s$ déphasage du courant statorique par rapport à la tension pour le n° harmonique

${}_n\varphi_n^r$ même définition au rotor.

Les récents développements des éléments semi-conducteurs de puissance et leur utilisation comme interrupteurs de courant permettent de penser qu'il sera très prochainement possible de remplacer, dans les machines électriques, les éléments de commutation mécanique (collecteurs et balais) par des éléments de commutation statiques.

Dans un premier temps d'étude il convient de connaître les réactions d'une machine classique à ce nouveau genre d'alimentation, étant bien entendu que le but final de l'étude sera, dans un second temps, la mise au point d'une machine, peut être différente dans sa réalisation, mais parfaitement adaptée à cette alimentation.

Nous nous proposons donc ici de considérer une machine asynchrone classique et d'étudier ses différents modes de fonctionnement quand on l'alimente à travers un système de commutation statique.

On peut alors conduire l'étude de deux façons différentes selon qu'on considère que la structure de la machine est fixée (donc qu'on ne modifiera pas le nombre de phases statoriques) et qu'on fait varier la fréquence de l'alimentation ou selon qu'on se fixe le mode d'alimentation et qu'on modifie la structure de la machine en faisant varier le nombre de ses phases.

Nous avons fait ces deux types d'étude, mais nous avons mis l'accent sur la deuxième partie, c'est-à-dire qu'on s'est plutôt attaché à étudier les performances comparées d'une machine dont on modifiait la structure dans le sens d'une multiplication de ses phases statoriques. Néanmoins, pour chacune de ces structures nous avons étudié les réactions de la machine alimentée à des fréquences différentes.

On se propose donc d'atteindre deux objectifs

- Etudier un moteur asynchrone alimenté à fréquence variable (variation de vitesse).
- Multiplier le nombre de phases d'alimentation du moteur de façon à se rapprocher d'une machine à commutation.

Pour cela nous avons choisi d'alimenter le moteur à partir de courant continu au moyen de thyristors. L'utilisation d'éléments semi-conducteurs présente les avantages suivants :

- Maîtrise absolue de la fréquence d'utilisation et ceci de façon statique.
- Facilité de multiplication du nombre des phases par adjonction d'éléments supplémentaires.
- Fiabilité totale d'emploi.

Notre exposé comprendra donc trois grandes parties. Dans le premier chapitre on décrira la machine utilisée et les montages réalisés.

Le second chapitre sera consacrée à l'étude théorique de la machine. Cette étude, divisée en deux parties, traitera du comportement de la machine d'abord alimentée sinusoïdalement puis de façon quelconque.

Le troisième chapitre sera l'exposé des résultats obtenus et se décomposera en :

- Résultats pour un montage statorique triphasé.
- Résultats pour un montage statorique tétraphasé.
- Résultats pour un montage statorique hexaphasé.
- Etude critique et comparative des résultats.

I MONTAGES

INTRODUCTION.

Nous disposons d'un moteur asynchrone à stator diphasé et à rotor à cage d'écureuil.

Dans un premier temps on individualise tous les enroulements de façon à pouvoir réaliser les montages statoriques suivants.

- diphasé.
- triphasé.
- tétraphasé.
- hexaphasé.

Ensuite on réalise le montage à thyristors permettant d'obtenir des tensions théoriquement carrées triphasées, tétraphasées, hexaphasées.

Ces tensions sont obtenues par commande d'ouverture des thyristors. Celle-ci permet de faire varier à volonté, et dans les limites intéressant notre étude, la fréquence de ces tensions.

On obtient ainsi les alimentations voulues pour étudier les comportements du moteur aux différents états intéressants.

On a donc trois variables à considérer :

- le nombre de phases statoriques.
- la fréquence d'alimentation.
- la tension d'alimentation.

Il est a priori nécessaire de faire intervenir une variable correspondant à la tension car suivant le nombre de phases considérées, la tension nominale applicable à un enroulement varie. Nous verrons par la suite apparaître des limitations supplémentaires à la variation de ces tensions dues, non plus à des considérations géométriques, mais à des impératifs de construction.

Les résultats sont obtenus sous la forme de graphiques représentant :

- La puissance absorbée.
- La puissance utile.
- Le rendement.
- Le facteur de puissance, en fonction du glissement pour chacun des états étudiés.

Nous avons cependant jugé préférable de regrouper entre elles les courbes correspondant à une même variable pour un nombre de phases donné et une fréquence donnée, seule la tension d'alimentation variant. Il est en effet peu commode de comparer des glissements relatifs à des vitesses de synchronisme différentes.

En outre nous avons tracé les courbes du couple en fonction de la vitesse à tension constante pour différentes fréquences d'alimentation, ceci afin de préciser les limites d'emploi réel de la machine.

1 - Machine utilisée.

1.1 - La machine asynchrone utilisée est construite par la Nouvelle Compagnie Générale Electrique "NANCY".

Ses références sont :

W.A.D. 20/4. N° 124.529

Les caractéristiques de bobinage de ce moteur sont :

Nombre de fils par encoche : $23 + 23 - \emptyset 0,9 - 2$ en // - émail.

Poids du cuivre : 3,4 kg.

Le schéma de bobinage initial nous a été fourni par la Compagnie Générale [Cf. planches I et III] .

Initialement le stator est bobiné en diphasé avec quatre sorties permettant de faire des montages avec ou sans point commun. Il est tétrapolaire. Le rotor est à cage d'écureuil et comporte 42 barres.

1.2 - Pour obtenir un moteur polyphasé nous avons été amenés à "ouvrir" tous les enroulements et à sortir chacune de leur extrémités. Nous étions alors en présence de quarante huit terminaux qu'il fallait répertorier de deux façons différentes.

- Déterminer les enroulements voisins deux à deux de façon à leur donner une répartition spatiale.
- Déterminer ensuite le sens de parcours de chacun des enroulements.

La première opération se fait aisément par mesure de mutuelle, la seconde par inversion du sens des enroulements mis en série deux à deux. Nous les avons répertoriés dans le sens suivant :

$S_1 - 16/12-11/7-5/2-19/18-20/21-14/6-11/7-4/1-5/18-19/13-14/10-9/6-4/$
 $/1-0/17-15/13-S_3/8-9/10-3/S_2-0/17-16/12-15/8-S_4/2-3/21-20.$

[Cf. planche II]

1.3 - Il est alors possible d'obtenir les montages :

- Diphasé qui est identique au schéma d'usine.

- Triphasé qui donne comme phase les séquences d'enroulements suivantes :

$$S_1 - 16/12-11/6-4/1-0/4-7/11-6/16-17/0-S_2.$$

$$8-9/10-3/18-20/21-14/9-10/14-13/20-21/3-2.$$

$$S_3 - 13/15-17/19-2/5-7/1-5/18-19/12-15/8-S_4$$

[Cf. planche IV]

L'ordre des enroulements dans une phase n'a évidemment pas d'importance. Il a été choisi de cette façon pour des raisons de facilité de câblage.

- Tétraphasé. Il s'obtient aisément à partir du bobinage diphasé en reliant les points milieux des enroulements, c'est à dire les points 6 et 19 de notre numérotation.

- Pentaphasé. Là encore on prend les points milieux de chacune des phases triphasées et on les relie au neutre. On obtient la séquence :

$$S_1 - 16/12-11/6-4/1-0.$$

$$S_2 - 0/17-16/6-11/7-4.$$

$$8-9/10-3/18-20/21-14.$$

$$2-3/21-20/14-13/10-9.$$

$$S_3 - 13/15-17/19-2/5-7.$$

$$S_4 - 8/15-12/19-18/5-1.$$

[Cf. planche IV.]

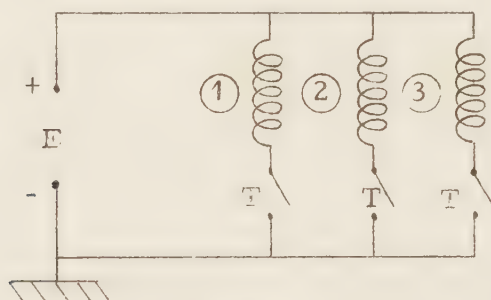
2 - Mise en œuvre.

Le problème est de produire des tensions et courants n-phasés pour alimenter une machine n-phasée.

Nous allons raisonner sur le triphasé, les résultats s'étendant facilement à un nombre plus grand de phases.

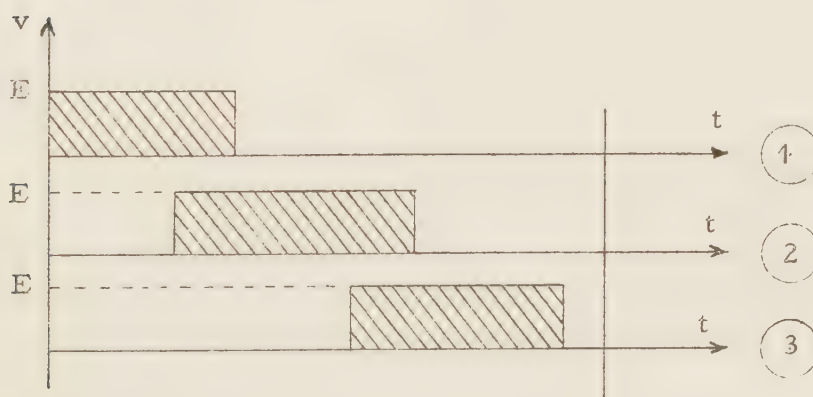
2.1 - Principe.

Pour obtenir des tensions carrées dans trois enroulements identiques on peut, partant de courant continu, utiliser un système d'interrupteurs. Le schéma de principe est le suivant :



- Fig. I.1 -

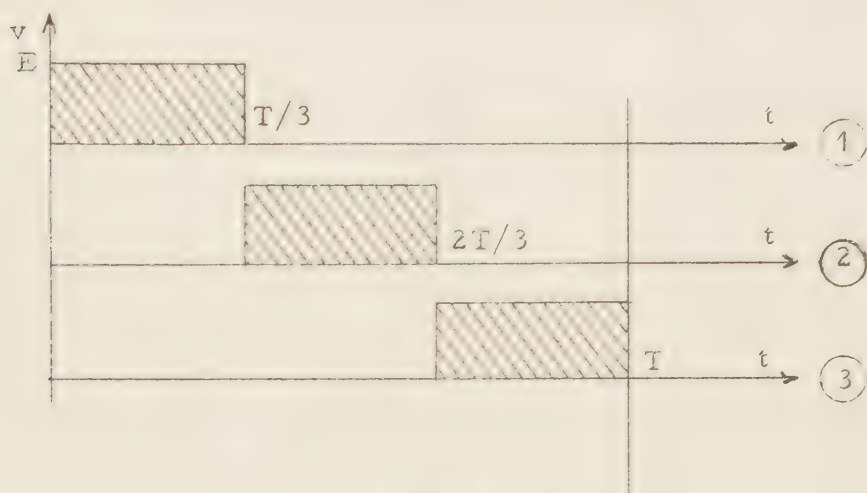
Les formes des tensions dans les enroulements 1, 2, 3, sont alors :



- Fig. I.2 -

La durée de chacune des tensions dans les trois enroulements dépend de la manipulation des interrupteurs. On peut évidemment obtenir un système équilibré si on ouvre l'interrupteur qui était fermé au moment où on ferme le suivant.

On obtient alors un schéma de tensions de la forme suivante



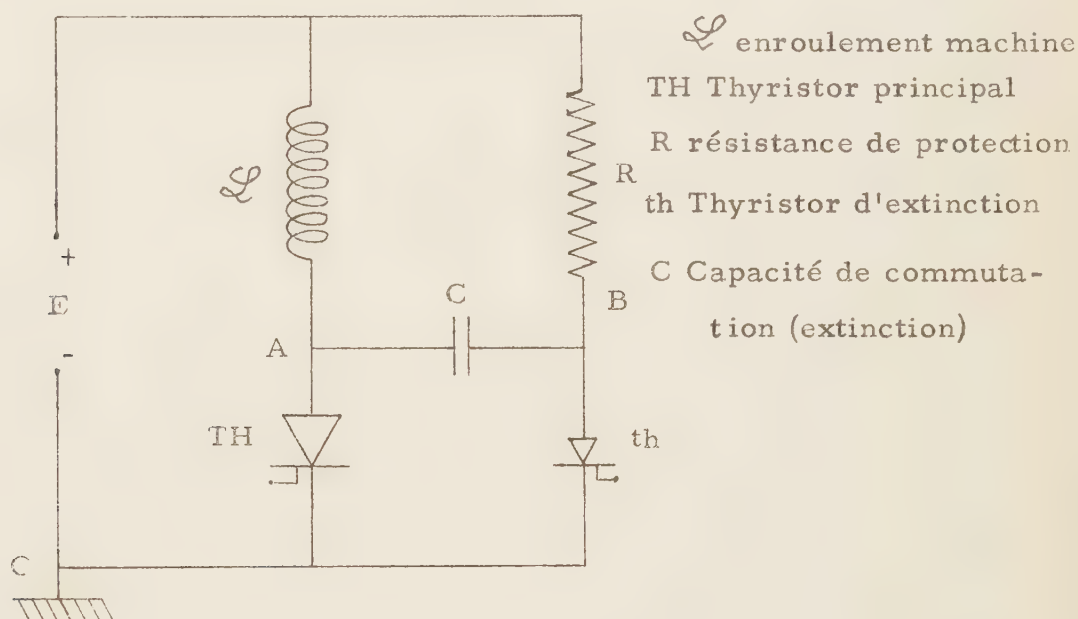
- Fig. I.3 -

Mais sous cette forme de commutation un enroulement ne conduit que pendant un tiers de période puisque qu'on suppose que le rythme des interrupteurs est alors périodique.

Nous examinerons plus en détail, au moment de l'étude précise de la réalisation dans chacun des cas particuliers, la solution qui a été adoptée.

Nous choisissons d'utiliser des interrupteurs à semi-conducteurs, les thyristors. Mais ceux-ci s'ils peuvent être facilement rendus conducteurs par une impulsion de faible puissance sur leur gâchette, nécessitent, pour être éteints, qu'on leur applique une tension inverse pendant un temps supérieur à leur temps d'extinction (t_{off}).

Il existe plusieurs façons de créer cette tension inverse et de l'appliquer aux bornes du thyristor qu'on veut éteindre [1] [2]^{*}. Après plusieurs essais et pour des raisons de sûreté de marche nous avons choisi d'utiliser un thyristor auxiliaire d'extinction. Le schéma d'un interrupteur se présente alors de la façon suivante : (Fig.I.4)



- Fig. I.4 -

Etudions le fonctionnement de cet interrupteur (Cf. Fig. I.4)

Supposons que le thyristor T conduise et que $\underline{t}$ ne conduise pas.

La capacité C est chargée sous la tension E, le point A étant au potentiel le plus bas, le point B au potentiel le plus élevé. Si on envoie une impulsion sur la gâchette du thyristor $\underline{t}$ celui-ci devient conducteur et le point B est mis au potentiel 0. La décharge du condensateur C n'étant pas instantanée, le point A est porté au potentiel -E et le thyristor T est soumis à une tension inverse qui l'éteint. Ensuite la capacité C se décharge dans le circuit, puis A est porté au potentiel le plus élevé et B au potentiel le plus bas. Quand on applique une impulsion sur la gâchette de T, le même

* les numéros entre crochets renvoient à la bibliographie.

processus se reproduit mais en sens inverse et on éteint alors t . On a alors décrit une période du phénomène. L'avantage essentiel de ce montage est qu'on peut contrôler la fréquence des impulsions de gâchette et donc être maître de la fréquence d'alimentation d'un enroulement.

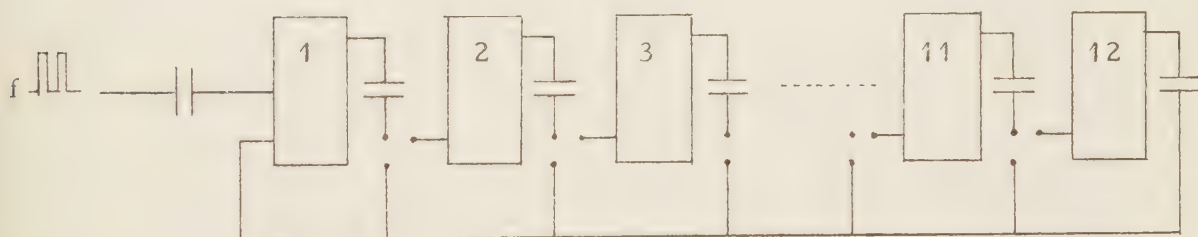
2.2 - Circuit de commande des gâchettes.

Le montage utilisé comprenant au maximum douze thyristors, il fallait obtenir douze impulsions régulièrement déphasées et individualisées.

Nous avons choisi d'utiliser un diviseur de fréquence permettant, à partir d'une fréquence f , d'obtenir des fréquences f/n , avec n compris entre deux et douze.

Ceci est obtenu au moyen d'un compteur en anneau dans lequel on peut commander la position de la dernière réaction.

Le schéma de principe est le suivant :



- Fig. I.5 -

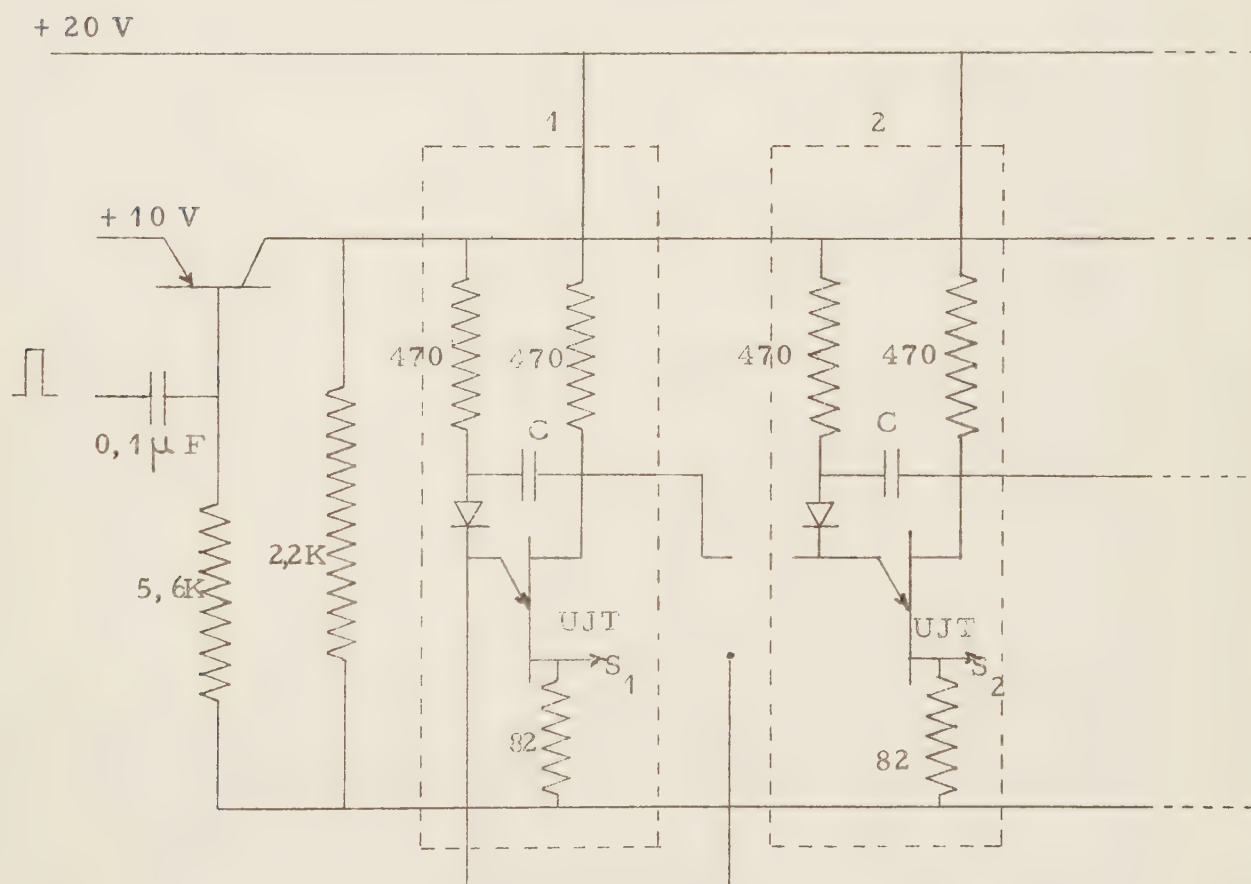
Chaque étage du compteur est relié au suivant par une capacité de liaison, ainsi que le dernier au premier.

Dans chaque liaison on a intercalé un interrupteur à deux positions qui permet de ramener la sortie de l'étage considéré à l'entrée du premier. On voit qu'ainsi le nombre par lequel on divise la fréquence d'entrée est donné par le numéro du premier interrupteur branché dans le sens "retour".

En associant à chaque interrupteur une ampoule qui s'allume quand il boucle la chaîne on a ainsi constamment sous les yeux le nombre par lequel on divise la fréquence d'entrée.

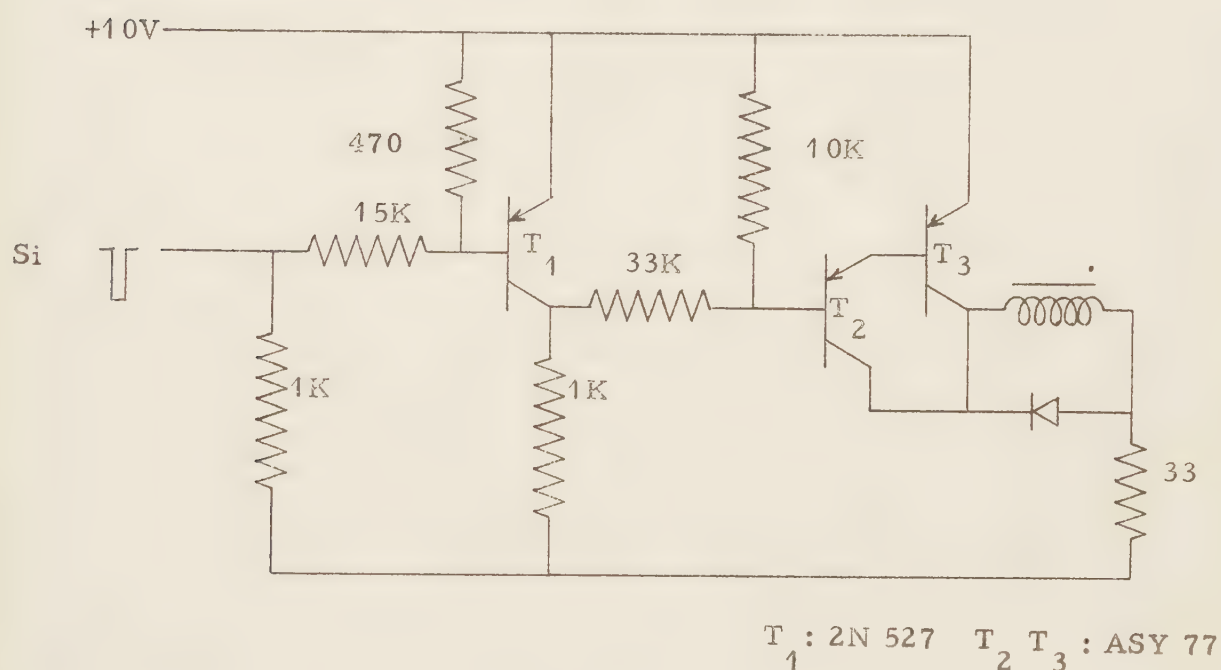
Réalisation pratique.

Le schéma du montage réalisé est le suivant :



- Fig. I.6 -

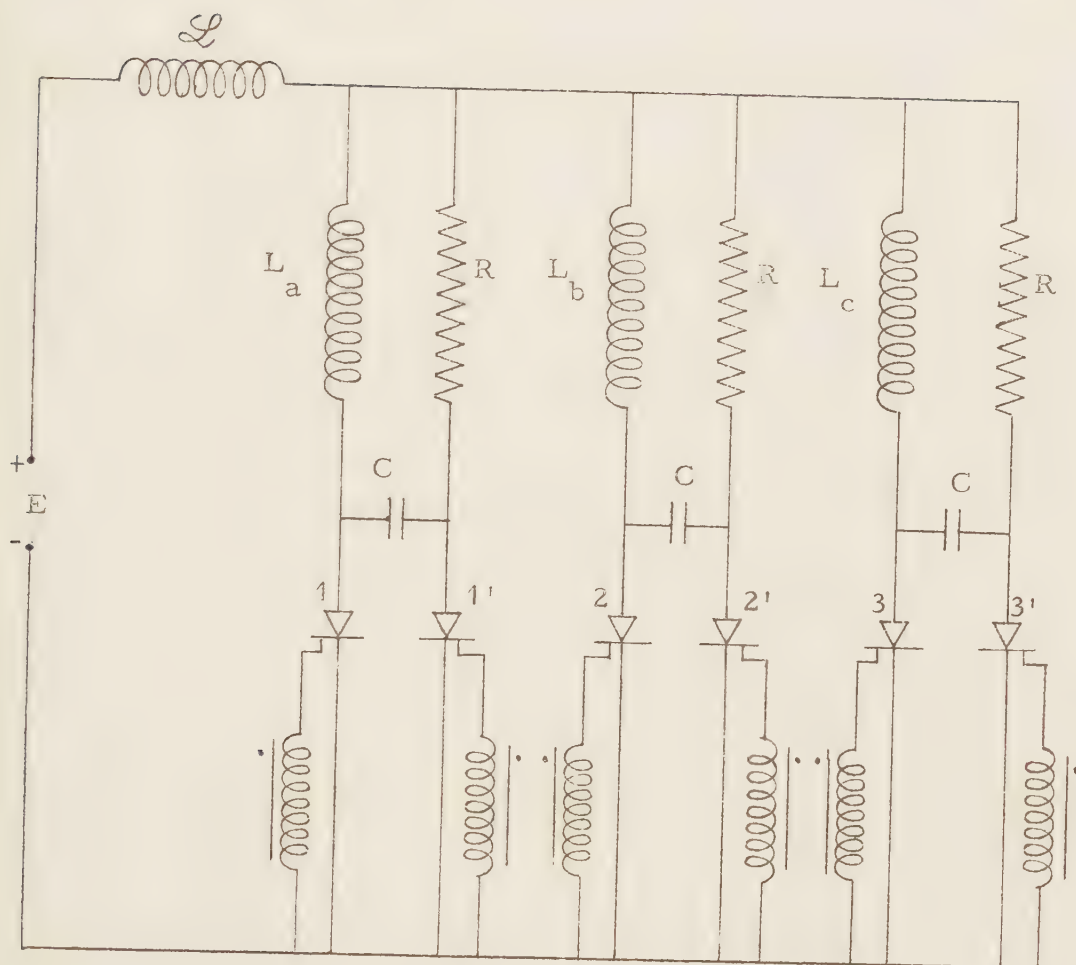
Les impulsions recueillies aux sorties doivent être adaptées pour pouvoir déclencher les thyristors. On utilise à cet effet un étage amplificateur qui débitera dans un transformateur d'impulsion, celui-ci isolant complètement le circuit de commande (gâchette) du circuit de puissance des thyristors (Fig.I.4).



- Fig. I.7 -

2.3 - Montage.

Nous donnons ici le montage pour un système triphasé, le montage n-phasé s'en déduisant automatiquement par augmentation du nombre des thyristors utilisés.

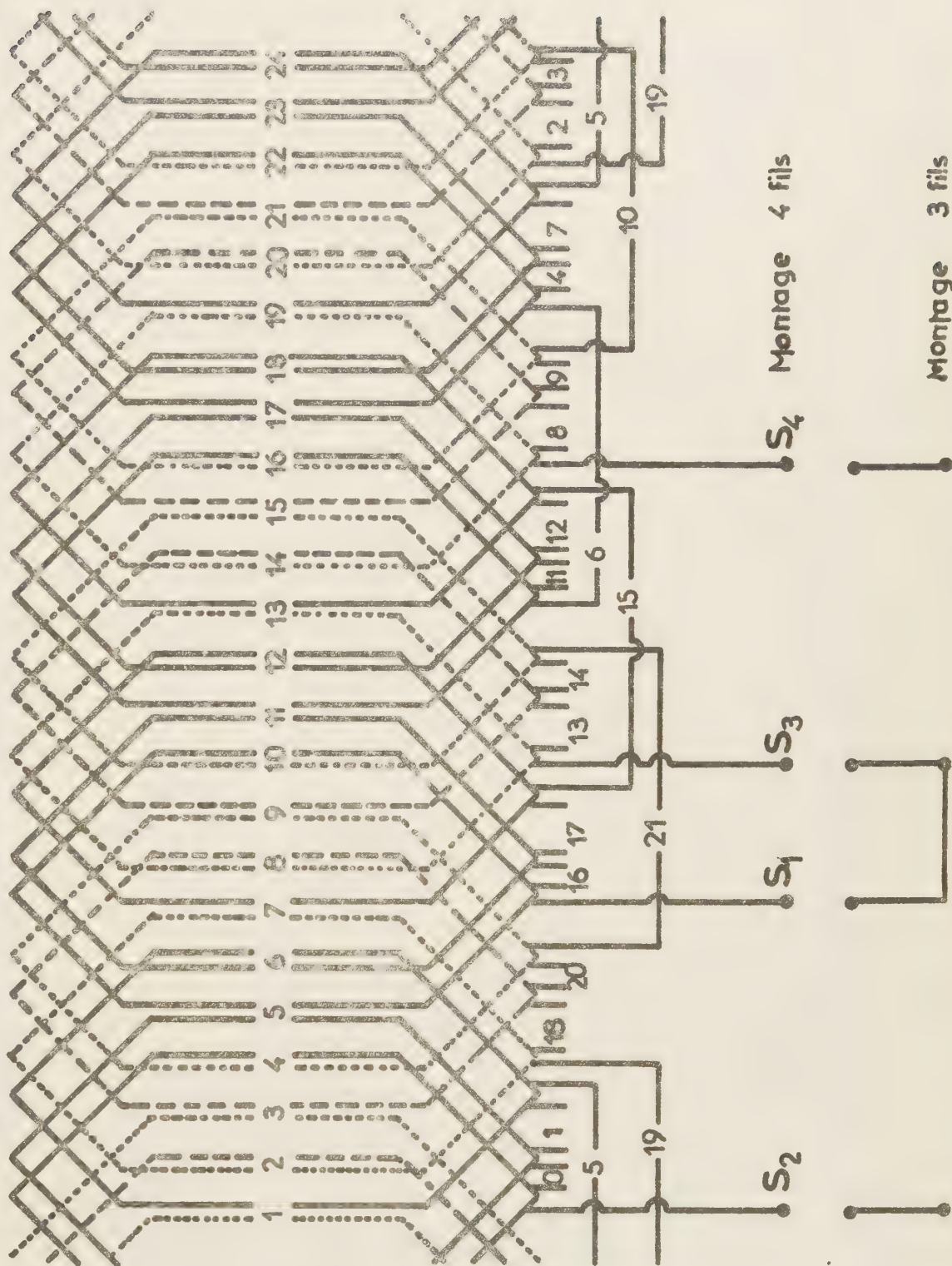


- Fig.I.8 -

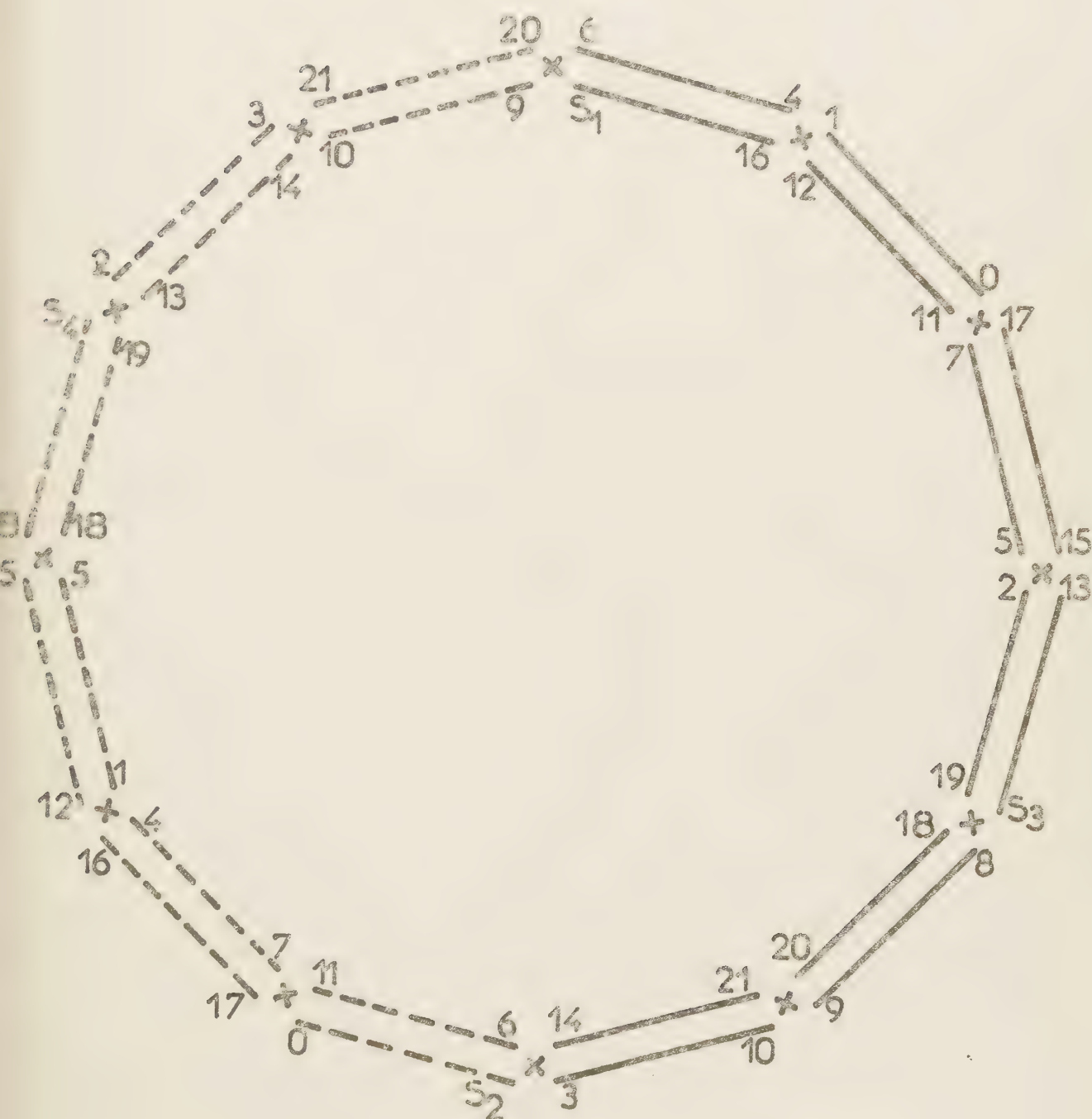
Chaque primaire de transformateur est commandé par une impulsion provenant du compteur en anneau.

N.B. L'étude systématique du compteur en anneau, avec toutes les modifications pratiques et relevé des performances, a fait l'objet d'un rapport de D.E.A.

schéma de bobinage pour courant diphase série

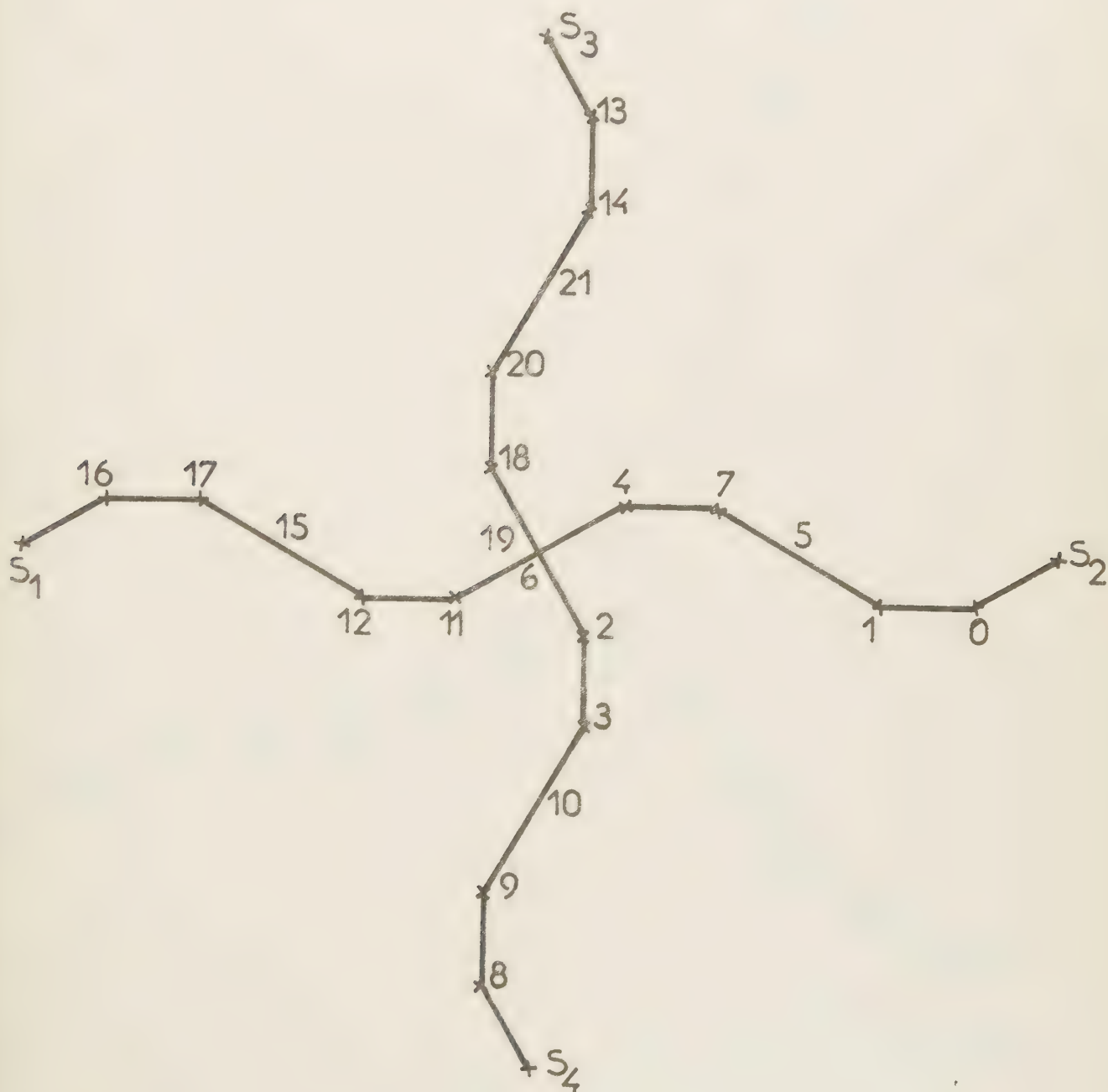


Répartition spatiale des bobines au stator

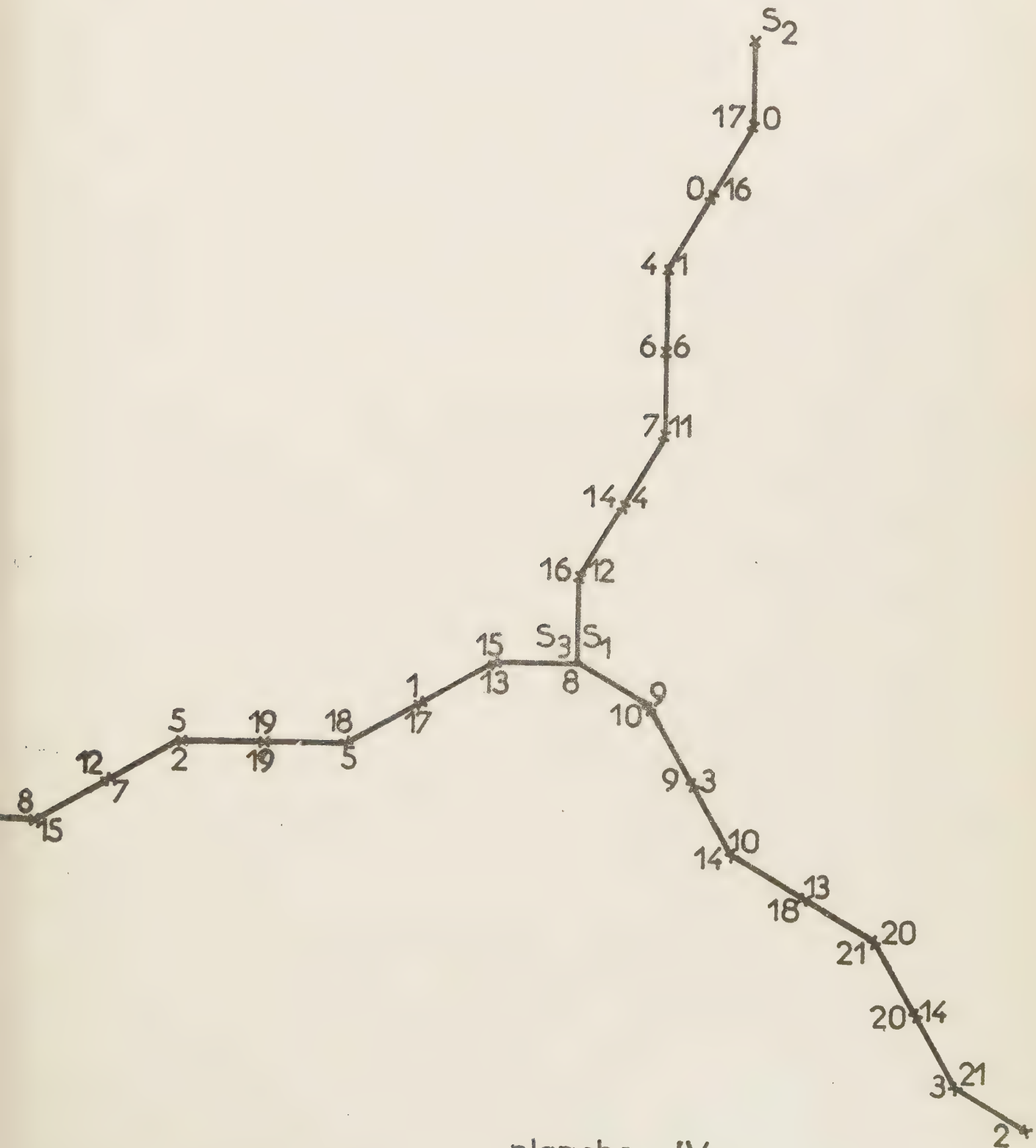


Obtention de diphasé

Montage usine



Stator triphasé



II - ETUDE THEORIQUE

L'étude théorique du fonctionnement du moteur comprend deux parties. Dans un premier temps on se propose d'établir des diagrammes unitaires permettant de déterminer le régime de fonctionnement d'une machine asynchrone dont on peut modifier le nombre de phases au stator alimentée à fréquence variable par des systèmes de tensions sinusoïdales.

Nous serons amenés à diviser cette étude en plusieurs parties. Il faudra d'abord établir que la modification du nombre de phases statoriques n'affecte pas les grandeurs fondamentales de notre étude. On abordera ensuite l'étude simplifiée du problème en supposant que la résistance des enroulements statoriques est nulle. Cela nous permettra d'exposer dans un cas simple la méthode utilisée. On étudiera enfin le cas général et on exploitera les résultats obtenus.

La seconde partie sera consacrée à l'étude du comportement de la machine alimentée par un système de tensions non sinusoïdales. En utilisant la décomposition harmonique des grandeurs d'alimentation on s'attachera alors à déterminer les couples produits et les limites d'utilisation de la machine.

1 - PREMIERE PARTIE

La machine utilisée a un stator constitué de deux fois douze enroulements régulièrement répartis qu'on connecte de différentes façons pour obtenir des montages étoilés respectivement :

- hexaphasé
- tétraphasé
- triphasé

(cf CH I)

Nous considérons que la machine initiale est dodécaphasée et que les montages à nombre de phases plus petit sont déduits du précédent par connexion des enroulements.

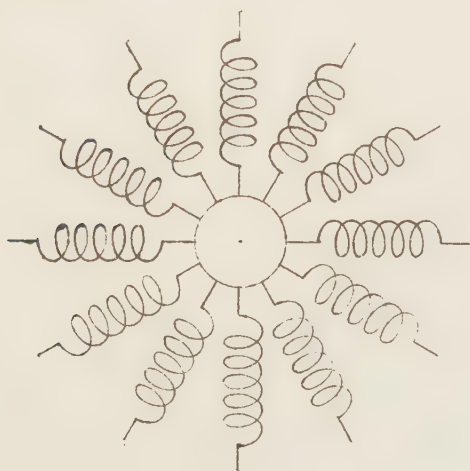
On utilisera donc les grandeurs dodécaphasées comme grandeurs de référence et on exprimera les autres en fonction de celles-ci.

1.1 - Détermination des grandeurs statoriques.

1.1.1 - Inductances propres et mutuelles cycliques.

1.1.1.1 - Montage dodécaphasé

A l'origine le montage dodécaphasé étoilé admet la représentation suivante (Fig. II.1)



Nous supposons que tous les enroulements sont identiques et ont une inductance de la forme : $1 + L$ où 1 est l'inductance de fuites.

- Fig.I.1 -

Le couplage entre une bobine et les autres est défini par les coefficients respectifs :

$$1+L ; L \frac{\sqrt{3}}{2} ; \frac{L}{2} ; 0 ; -\frac{L}{2} ; -\frac{L\sqrt{3}}{2} ; -L ; -L \frac{\sqrt{3}}{2} ; -\frac{L}{2} ; 0 ; \frac{L}{2} ; L \frac{\sqrt{3}}{2}$$

On en déduit la valeur :

$$L_{d,12} = 1 + 6 L$$

Si on suppose qu'une phase du rotor a une inductance de la forme $(1 + L_q)$, la mutuelle maximale entre un enroulement statorique et un enroulement rotorique est :

$$M_{0,12} = M_o = (LL_q)^{\frac{1}{2}}$$

La mutuelle cyclique pour ce montage est donc :

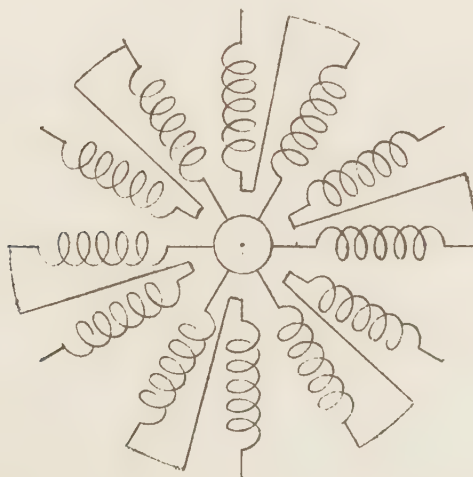
$$M_{12} = \frac{\sqrt{12Q}}{2} M_o = \sqrt{3Q} M_o$$

où Q est le nombre de phases rotoriques

1.1.1.2 - Montage hexaphasé.

On connecte les enroulements du stator de façon à obtenir une étoile hexaphasée.

Le schéma du stator est alors le suivant (Fig.II.2)



- Fig.II.2 -

Les coefficients de couplage sont respectivement :

$$21 + L (2 + \sqrt{3}) ; \frac{L}{2} (2 + \sqrt{3}) ; - \frac{L}{2} (2 + \sqrt{3}) ; - L (2 + \sqrt{3}) ; - \frac{L}{2} (2 + \sqrt{3}) ; \frac{L}{2} (2 + \sqrt{3}).$$

On en déduit la valeur :

$$L_{d,6} = 21 + \frac{3L}{2} (1 + \sqrt{3})^2 = 21 + 11,9 L$$

Le rotor n'ayant pas été modifié on a :

$$M_{06} = \left[L_q \frac{L}{2} (1 + \sqrt{3})^2 \right] \frac{1}{2} = M_o \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

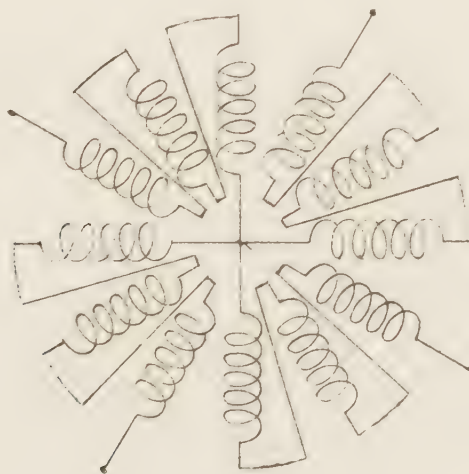
La mutuelle cyclique correspondante est :

$$M_6 = \frac{\sqrt{6Q}}{2} M_{06} = \frac{\sqrt{3Q}}{2} M_o \sqrt{2 (2 + \sqrt{3})} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} M_{12} = 1,366 M_{12}$$

1.1.1.3 - Montage tétraphasé.

On connecte les enroulements du stator de façon à obtenir un montage tétraphasé étoilé.

Le schéma du stator est alors : (Fig. II.3)



- Fig. II. 3 -

Nous appliquons la même méthode de calcul à cette disposition statorique et on obtient :

$$31 + L (1 + \sqrt{3})^2 ; 0 ; - L (1 + \sqrt{3})^2 ; 0$$

$$L_{d,4} = 31 + 2L (1 + \sqrt{3})^2 = 31 + 15,63 L$$

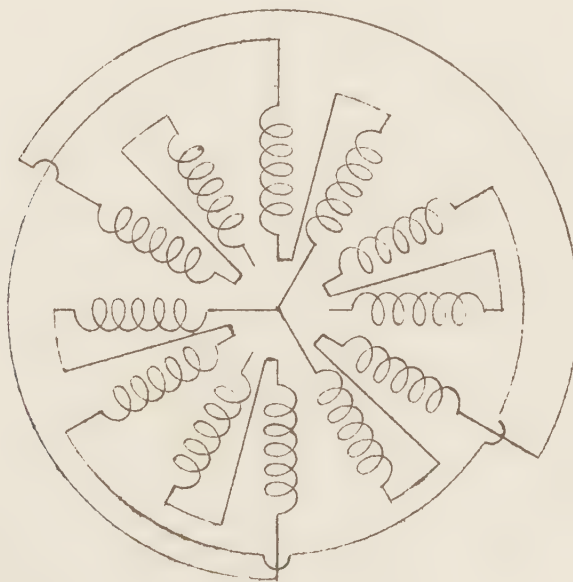
$$M_{04} = \left[L L_q (1 + \sqrt{3})^2 \right] \frac{1}{2} = M_0 (1 + \sqrt{3}) = 2,732 M_0$$

$$M_4 = \frac{\sqrt{4Q}}{2} M_{04} = (1 + \sqrt{3})\sqrt{Q} M_0 = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} M_{12} = 1,577 M_{12}$$

1.1.1.4 - Montage triphasé.

On connecte les enroulements de façon à obtenir un montage statorique triphasé étoilé.

Dans le but d'obtenir le champ le plus grand nous faisons dériver le montage triphasé du montage hexaphasé par mise en série de deux phases en opposition. Le schéma du stator est alors : (Fig.II.4)



- Fig. II.4 -

Les valeurs des éléments calculés sont respectivement :

$$4L + 2L(1 + \sqrt{3})^2 ; \quad - L(1 + \sqrt{3})^2 ; \quad - L(1 + \sqrt{3})^2$$

$$L_{d,3} = 4L + 3L(1 + \sqrt{3})^2$$

$$M_{03} = \left[2 L L_q (1 + \sqrt{3})^2 \right]^{\frac{1}{2}} = M_o (1 + \sqrt{3}) \sqrt{2} = 3,862 M_o$$

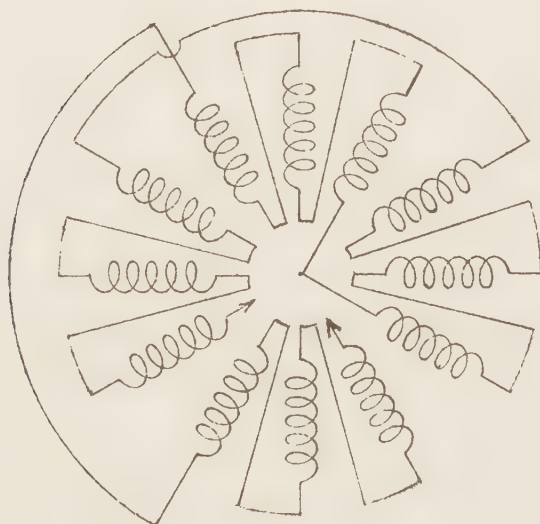
$$M_3 = \frac{\sqrt{3} Q}{2} M_{03} = \sqrt{3} Q M_o \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$M_3 = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} M_{12} = 1,932 M_{12}$$

1.1.1.5 - Montage diphasé.

On connecte le stator en mettant en série les phases en opposition du montage tétraphasé.

Le montage est le suivant : (Fig.II. 5)



- Fig.II. 5 -

Les valeurs que nous calculons sont :

$$61 + 4L(1 + \sqrt{3})^2, \quad 0$$

$$L_{d,2} = 61 + 4L(1 + \sqrt{3})^2 = 2 L_{d,4}$$

$$M_{02} = \left[4 L_q L (1 + \sqrt{3})^2 \right] \frac{1}{2} = 2 M_0 (1 + \sqrt{3}) = 2 M_{04} = 5,546 M_0$$

$$M_2 = \frac{\sqrt{2.3}}{2} M_{02} = \sqrt{3Q} M_0 \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \sqrt{2} = \frac{(1 + \sqrt{3}) \sqrt{2}}{\sqrt{3}} M_{12} = 2,228 M_{12}$$

1.1.2 - Coefficient de dispersion.

Nous nous proposons d'étudier les modifications apportées au coefficient de dispersion par la modification du nombre des phases statoriques.

On définit le coefficient de dispersion σ relatif à chaque montage par la relation généralisée :

$$1 - \sigma = \frac{M^2}{L_d \lambda_d}$$

où L_d , M et λ_d sont respectivement :

l'inductance cyclique au stator

la mutuelle cyclique entre stator et rotor

l'inductance cyclique au rotor

Nous venons de voir (1.1) que L_d et M^2 prenaient les formes suivantes quand P , nombre de phases au stator varie :

$$L_{dP} = \alpha_P 1 + \beta_P L$$

$$M^2 = \beta_P L L_q \cdot \frac{Q}{2}$$

où α_P et β_P sont des coefficients numériques dont les valeurs dépendent de P.

On pourra donc écrire :

$$1 - \sigma_P = \frac{\beta_P L}{\alpha_P 1 + \beta_P L} \cdot \frac{Q L_q}{2 \lambda_d} = \frac{Q L_q}{2 \lambda_d} \frac{1}{1 + \frac{\alpha_P}{\beta_P} \frac{1}{L}}$$

Si on considère que les enroulements statoriques sont sans fuites, alors $l = 0$ et

$$1 - \sigma_o = \frac{L Q}{\lambda_d 2}$$

Si on tient compte des fuites des enroulements statoriques on pourra alors écrire

$$1 - \sigma_P = \frac{1 - \sigma_o}{1 + \frac{\alpha_P}{\beta_P} \frac{1}{L}}$$

Les calculs précédents, faits sur les montages que la machine utilisée permet de réaliser effectivement, peuvent être étendus à un cas plus général. On pourra alors rattacher les coefficients α_P et β_P précédemment introduits à des grandeurs habituellement utilisées dans l'étude des bobinages.

On considère une machine dont le stator est constitué de p bobines identiques dont les inductances propre et de fuite sont respectivement L_p et L_f .

Le stator étant considéré comme pphasé les inductances propres et mutuelles cycliques sont définies par :

$$L_{d1} = 1 + \frac{p}{2} L$$

$$M_{d1} = \sqrt{\frac{p}{2} L} \sqrt{\frac{Q}{2} L_q}$$

où Q est le nombre de phases et L_q l'inductance propre d'une phase du rotor.

On connecte alors k bobines en série de façon à constituer un montage P phasé, avec $P = \frac{p}{k}$.

Le coefficient de bobinage correspondant est

$$K_b = \frac{1}{k} \frac{\sin \frac{k\pi}{p}}{\sin \frac{\pi}{p}} \quad \text{avec un bobinage d'ordre 1.}$$

Les enroulements constitués par la mise en série de k bobines consécutives ont donc pour inductance :

$$L_k = kl + k^2 K_b^2 L$$

On en déduit immédiatement l'inductance propre cyclique L_{dk}

$$L_{dk} = kl + \frac{kp}{2} K_b^2 L$$

et aussi l'inductance mutuelle cyclique.

$$M_{dk} = K_b \sqrt{k} M_{d1}$$

or nous avons écrit les inductances cycliques sous la forme

$$L_{dP} = \alpha_P 1 + \beta_P L$$

On voit donc apparaître la signification de ces coefficients :

$$\alpha_P = k$$

et $\beta_P = \frac{k_p}{2} K_b^2$ lié au nombre k , au nombre de bobines et au facteur de bobinage classique.

On peut donc calculer très simplement ces coefficients en fonction du nombre de phases du stator.

P	12	6	4	3	2
α_P	1	2	3	4	6
β_P	6	$\frac{3}{2} (1+\sqrt{3})^2$	$2(1+\sqrt{3})^2$	$\frac{9}{4} (1+\sqrt{3})^2$	$2(1+\sqrt{3})^2$
$\frac{\alpha}{\beta}$	0,1557	0,1787	0,201	0,2382	0,402

Il apparaît que les coefficients qu'on obtient dans le tableau précédent ne sont pas égaux aux valeurs calculées directement. Cela provient de ce que nous n'avons pas, pour les montages triphasé et diphasé, connecté respectivement 4 et 6 bobines consécutives, mais qu'on a utilisé les montages hexa et tétraphasé comme intermédiaires. Il convient, pour ce mode de connexion, de modifier le coefficient de bobinage de la façon suivante :

Si le nombre k de bobines à connecter est pair il est intéressant de réaliser d'abord le montage $2P$ phasé, puis seulement ensuite de connecter les enroulements ainsi obtenus. On aura alors conservation du coefficient de bobinage pour le $2P$ phasé car on connecte des bobines en phase.

Le coefficient qu'il faut introduire est alors :

$$K'_b = \frac{2}{k} \frac{\sin \frac{k\pi}{2p}}{\sin \frac{\pi}{p}}$$

et on voit que :

$$\frac{K'_b}{K_b} = \frac{1}{\cos \frac{k\pi}{2p}} \text{ est toujours supérieur à 1.}$$

Les inductances propres et mutuelles cycliques ainsi obtenues sont donc plus grandes.

Nous recalculons alors les coefficients α_P et β_P avec ce coefficient K'_b qui décrit exactement le mode de connexion utilisé.

P	12	6	4	3	2
α	1	2	3	4	6
β	6	$\frac{3}{2} (1 + \sqrt{3})^2$	$2(1 + \sqrt{3})^2$	$3(1 + \sqrt{3})^2$	$1(1 + \sqrt{3})^2$
$\frac{\alpha}{\beta}$	0,1667	0,1787	0,201	0,1787	0,201

Il apparaît alors que les montages triphasé et hexaphasé d'une part et diphasé et tétraphasé d'autre part sont strictement équivalents ce que notre mode de connexion imposait a priori et ce qui est vérifié sur les valeurs calculées directement.

On déduit donc de cette étude qu'on a toujours intérêt, lorsque cela est possible, à passer par le montage 2P phasé intermédiaire.

D'autre part, les variations relatives de $\frac{\alpha}{\beta}$ que nous mettons en évidence sont au maximum de 17 %. En tenant compte de la valeur de $\frac{1}{L} = 0,1$ pour le moteur considéré on peut assurer que les variations relatives de σ (au maximum 1,7 %) sont négligeables.

Nous concluerons donc de cette étude préalable que, quel que soit le montage statorique utilisé, le moteur a pratiquement même coefficient de dispersion.

1.2 - Diagrammes unitaires.

1.2.1 - Généralités.

Dans le chapitre consacré à l'étude de la machine alimentée à tension quelconque, nous établissons les équations de flux relatives au n° harmonique d'alimentation dans le 1° enroulement statorique et le m° enroulement rotorique. Nous allons utiliser ces résultats en les transposant au problème qui nous occupe ici. L'alimentation est sinusoïdale et donc ne concerne que le fondamental. Nous considérerons le p° enroulement statorique et le q° enroulement rotorique. Avec les mêmes notations que dans le chapitre précité les équations de flux s'écrivent :

$$\left\{ \begin{aligned} \Psi_P^S &= l_P^S i_P^S + \sum_{i=1}^P I^S \sqrt{2} L_P^S \cos (P-p+i) \delta^S \cos [\omega^S t - \varphi^S - (i-1) \delta^S] \\ &- \sum_{j=1}^Q M_{PQ}^{sr} I^r \sqrt{2} \cos [\theta - (p-1) \delta^S + (j-1) \delta^r] \times \cos [\omega^r t - \varphi^r - (j-1) \delta^r] \\ \Psi_Q^r &= \sum_{i=1}^P M_{PQ}^{sr} I^S \sqrt{2} \cos [\theta + (q-1) \delta^r - (i-1) \delta^S] \cos [\omega^S t - \varphi^S - (i-1) \delta^S] \\ &- l_Q^r i_Q^r - \sum_{j=1}^Q L_Q^r I^r \sqrt{2} \cos (Q-q+j) \delta^r \times \cos [\omega^r t - \varphi^r - (j-1) \delta^r] \end{aligned} \right.$$

Après sommation les équations prennent la forme :

$$\left\{ \begin{aligned} \psi_p^s &= I^s \sqrt{2} \left(\frac{PL_P^s}{2} + l_p^s \right) \cos \left[\omega^s t - \varphi^s - (p-1) \delta^s \right] - \frac{QM_{PQ}^{sr}}{2} I^r \sqrt{2} \cos \left[\theta_0 + \omega^s t - \varphi^r - (p-1) \delta^s \right] \\ \psi_q^r &= \frac{PM_{PQ}^{sr}}{2} I^s \sqrt{2} \cos \left[\omega^r t - \theta_0 - \varphi^s - (q-1) \delta^r \right] - I^r \sqrt{2} \left(\frac{QL_Q^r}{2} + l_q^r \right) \cos \left[\omega^r t - \varphi^r - (q-1) \delta^r \right] \end{aligned} \right.$$

Nous allons retrouver les équations habituelles simplifiées en utilisant les notations complexes usuelles :

$$\bar{I}_p^s = \bar{I}_1^s e^{-j(p-1) \delta^s}$$

$$\bar{I}_q^r = \bar{I}_1^r e^{-j(q-1) \delta^r}$$

On pourra alors écrire :

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\Psi}_1^s &= \mathcal{L}^s \bar{I}_1^s - \frac{QM^{sr}}{2} \bar{I}_1^r e^{j\theta_0} \\ \bar{\Psi}_1^r &= \frac{PM^{sr}}{2} \bar{I}_1^s e^{-j\theta_0} - \mathcal{L}^r \bar{I}_1^r \end{aligned} \right.$$

avec :

$$\mathcal{L}^s = l_p^s + \frac{PL_P^s}{2}$$

$$\mathcal{L}^r = l_q^r + \frac{QL_Q^r}{2}$$

pour obtenir les équations de flux relatives aux phases p (statorique) et q (rotorique) il suffit d'introduire les déphasages correspondants.

Pour simplifier encore l'écriture nous posons :

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_1^s &= \bar{\Psi}_1 & \bar{I}_1^s &= \bar{I}_1 & \mathcal{L}^s &= L_1 \\ \bar{I}_1^r e^{j\theta_0} &= \bar{I}_2 & \bar{\Psi}_1^r e^{j\theta_0} &= \bar{\Psi}_2 & \mathcal{L}^r &= L_2 \end{aligned} \quad \frac{\sqrt{PQ}}{2} M_{PQ}^{sr} = M$$

Les équations précédentes prennent alors la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\Psi}_1 = L_1 \bar{I}_1 - M \sqrt{\frac{Q}{P}} \bar{I}_2 \\ \bar{\Psi}_2 = M \sqrt{\frac{P}{Q}} \bar{I}_1 - L_2 \bar{I}_2 \end{array} \right. \begin{array}{l} \omega^s \\ \omega^r \end{array}$$

Nous passons ensuite aux équations électriques de la machine.

R_1 est la résistance d'une phase statorique.

R_2 est la résistance d'une phase rotorique.

On obtient alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{V}_1 = R_1 \bar{I}_1 + \frac{d\bar{\Psi}_1}{dt} \\ 0 = R_2 \bar{I}_2 + \frac{d\bar{\Psi}_2}{dt} \end{array} \right.$$

Soit en explicitant :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = (R_1 + j L_1 \omega^s) \bar{I}_1 - j M \sqrt{\frac{Q}{P}} \omega^s \bar{I}_2 \\ C = j M \sqrt{\frac{P}{Q}} \omega^r \bar{I}_1 - (R_2 + j L_2 \omega^r) \bar{I}_2 \end{array} \right.$$

Ces expressions sont tout à fait classiques et c'est à partir d'elles qu'on étudie les diagrammes de courant.

Nous nous proposons d'effectuer cette étude en utilisant des grandeurs réduites permettant d'avoir un diagramme unitaire.

1.2.2 - Cas ou $R_1 = 0$

Nous supposons pour commencer que la résistance d'un enroulement statorique est nulle.

Les équations électriques de la machine s'écrivent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{V}_1 = j L_1 \omega^s \bar{I}_1 - j M \sqrt{\frac{Q}{P}} \omega^s \bar{I}_2 \\ C = j M \sqrt{\frac{P}{Q}} \omega^r \bar{I}_1 - (R_2 + j L_2 \omega^r) \bar{I}_2 \end{array} \right.$$

Pour étudier les variations du courant nous calculons l'admittance ramenée au primaire

$$\frac{\bar{I}_1}{\bar{V}_1} = \bar{Y}_1 = \frac{1}{j L_1 \omega^s} - \frac{R_2 + j L_2 \omega^r}{R_2 + j N_2 \omega^r}$$

où $N_2 = \sigma L_2$

et où σ est défini par $1 - \sigma = \frac{M^2}{L_1 L_2}$

1.2.2.1 - Diagramme unitaire d'admittance.

Nous faisons apparaître des grandeurs sans dimension :

$$j L_1 \omega_o \bar{Y} = \frac{\omega_o}{\omega s} \cdot \frac{\frac{R_2}{N_2 \omega_o} + j \frac{\omega_r}{\sigma \omega_o}}{\frac{R_2}{N_2 \omega_o} + j \frac{\omega_r}{\omega_o}}$$

Nous posons :

$$\bar{Y}_{10} = \frac{1}{j L_1 \omega_o}$$

$$s = \frac{\omega^s}{\omega_o}$$

$$r = \frac{\omega^r}{\omega_o}$$

$$b = \frac{R_2}{N_2 \omega_o}$$

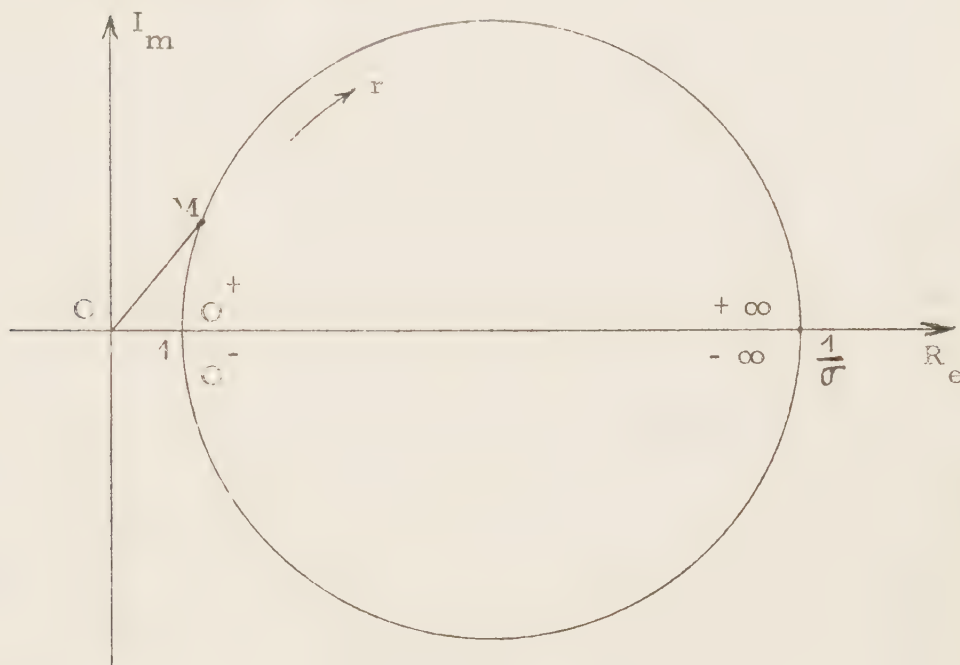
$$\bar{y} = \frac{\bar{Y}_1}{\bar{Y}_{10}}$$

On peut alors écrire simplement :

$$\bar{sy} = 1 + \frac{1 - \sigma}{\sigma} \cdot \frac{1}{1 - j \frac{b}{r}} \quad (1)$$

Il apparaît que, quelle que soit la fréquence d'alimentation statorique, la variation de $\bar{sy}$ est circulaire, le diagramme pouvant être gradué en fréquence rotorique.

Le diagramme obtenu est du type : (Fig. II.6)



- Fig.II.6 -

quand s , fréquence statorique rapportée, varie, seule la graduation du plan varie.

Remarque : Nous avons établi que σ était pratiquement indépendant du montage statorique réalisé. Le diagramme est donc valable pour toute l'étude du moteur.

1.2.2.2 - Diagramme unitaire de courant.

Partant de l'admittance, le courant s'écrit :

$$\bar{I} = \bar{Y} \bar{V}$$

ou

$$\bar{I} = \bar{y} \bar{Y}_{10} \bar{V}_o \frac{\bar{V}}{\bar{V}_o}$$

avec les notations déjà utilisées.

posons maintenant :

$$\bar{I}_{10} = \bar{Y}_{10} \bar{V}_o$$

$$\bar{i} = \frac{\bar{I}}{\bar{I}_{10}}$$

$$\bar{v} = \frac{\bar{V}}{\bar{V}_o}$$

On peut alors écrire en grandeurs réduites :

$$\bar{i} = \bar{y} \bar{v}$$

ou encore :

$$\bar{i} = s\bar{y} \left(\frac{\bar{v}}{s} \right)$$

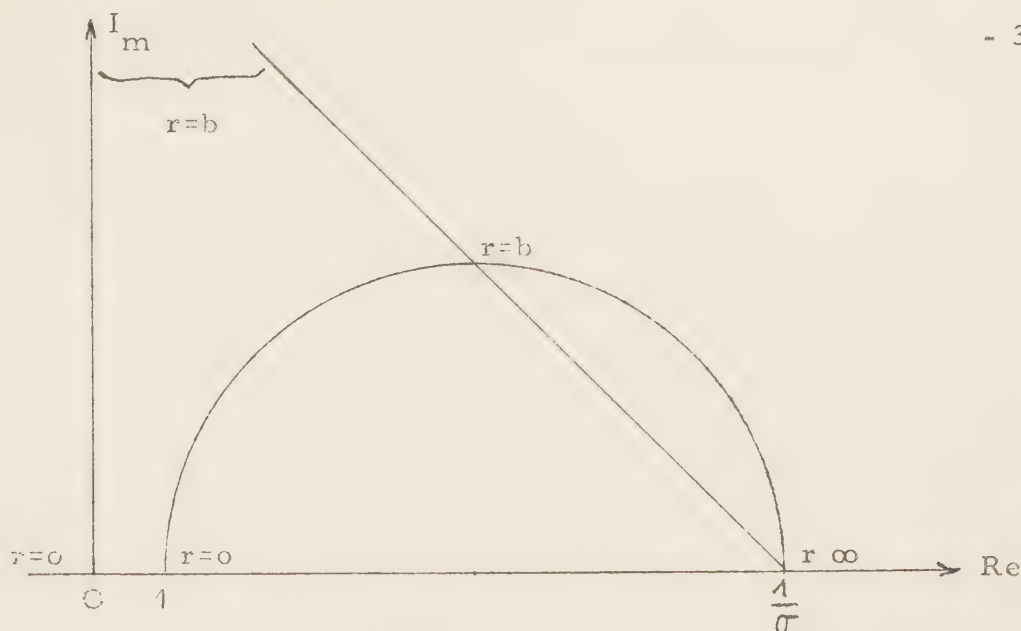
et

$$\bar{i} = \left(\frac{\bar{v}}{s} \right) \left[1 + \frac{j - \sigma}{\sigma} \frac{1}{1 - j \frac{b}{r}} \right] \quad (2)$$

Le diagramme précédent est donc le diagramme de courant primaire à l'échelle $\left(\frac{\bar{v}}{s} \right)$.

D'autre part, on peut graduer ce cercle en fréquence rotorique rapportée indépendamment de la fréquence d'alimentation. Nous verrons en effet que le couple maximal est toujours obtenu pour $r = b$ (cf étude du couple).

La graduation du cercle est du type homographique. On peut donc graduer linéairement en r toute droite parallèle à l'axe imaginaire et en particulier celui-ci.



- Fig. 11.7 -

1.2.2.3 - Etude du couple - Couple réduit (unitaire)

Le couple de la machine asynchrone est :

$$\Gamma = \frac{3p}{\omega_s} R_2 \frac{\omega_s}{\omega_r} \bar{I}_2 \bar{I}_2^*$$

D'après les expressions des courants obtenues et en introduisant des grandeurs sans dimensions nous le mettons sous la forme :

$$\Gamma = 3p \frac{R_2}{N_2 \omega_o} \frac{1}{r} \frac{M^2}{N_2} I_{10}^2 \left(\frac{v}{s}\right)^2 \frac{1}{1 - j \frac{b}{r}} \cdot \frac{1}{1 + j \frac{b}{r}}$$

$$\Gamma = 3p \frac{M^2}{N_2} I_{10}^2 \left(\frac{v}{s}\right)^2 \frac{1}{\frac{b}{r} + \frac{r}{b}}$$

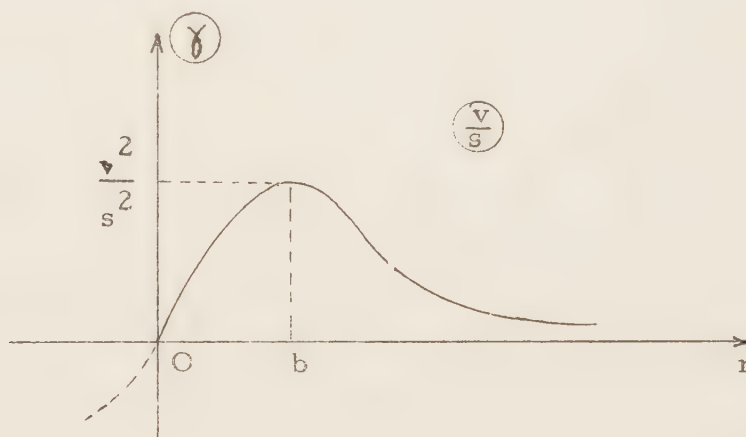
$$\text{Posons } \Gamma_{om} = \frac{3p}{2} I_{10}^2 \frac{M^2}{N_2}$$

$$\text{et } \gamma = \frac{\Gamma}{\Gamma_{om}}$$

On obtient le couple réduit :

$$\gamma = \left(\frac{v}{s}\right)^2 \frac{2}{\frac{b}{r} + \frac{r}{b}} \quad (3)$$

Cette expression permet d'étudier les variations du couple à $\frac{v}{s} = \text{Cte.}$ D'autre part, si le rapport $\frac{v}{s}$ n'est pas constant, seule la graduation de la courbe change.



- Fig. II.8 -

On déduit immédiatement de cette courbe :

- ① - Que la valeur de la fréquence rotorique pour laquelle le couple est maximal est indépendante de la fréquence d'alimentation.
- ② - Que si on alimente la machine à flux constant ($\frac{v}{s} = \text{cte}$) le couple obtenu est le même pour une fréquence rotorique.

1.2.2.4 - Démarrage.

Les conditions de démarrage n'étant plus les mêmes que lors d'une utilisation à fréquence fixe, il convient de définir les conditions optimales dans lesquelles il pourra s'effectuer.

La limitation dans l'utilisation de la machine est introduite par le courant maximal admissible dans un enroulement. Celui-ci étant fixé par des données constructives, le problème est de déterminer à quelle fréquence et sous quelle tension d'alimentation le couple de démarrage est maximal.

Nous allons raisonner sur les grandeurs réduites.

Soit i_m le courant maximal admissible réduit.

Au démarrage on aura :

$$i = i_d = i_m$$

et $s = r$

Soit alors :

$$i_m = \frac{v}{s} \frac{b + j \frac{s}{\sigma}}{b + j s}$$

$$i_m^2 = \left(\frac{v}{s}\right)^2 \frac{b^2 + \frac{s^2}{\sigma^2}}{b^2 + s^2}$$

Le couple de démarrage est alors d'après (3) :

$$\gamma_d = \left(\frac{v}{s}\right)^2 \frac{2}{\frac{s}{b} + \frac{b}{s}} \quad (4)$$

soit :

$$\gamma_d = 2 i_m^2 \frac{b^2 + s^2}{b^2 + \frac{s^2}{\sigma^2}} \times \frac{b \cdot s}{b^2 + s^2} = 2 i_m^2 \frac{b \cdot s}{b^2 + \frac{s^2}{\sigma^2}} = 2 i_m^2 \frac{\sigma}{\frac{\sigma \cdot b}{s} + \frac{s}{\sigma \cdot b}} \quad (5)$$

Il apparaît alors que γ_d est maximal pour :

$$s_d = \sigma b$$

et vaut alors :

$$\gamma_{dm} = \sigma i_m^2.$$

La tension d'alimentation est donnée par :

$$v_d = i_m b \sigma \sqrt{\frac{1 + \sigma^2}{2}}$$

Les conditions de démarrage optimal sont alors fixées.

Application numérique.

$$\sigma = 0,09$$

$$s_d = 0,09.2,5.10^{-2} = 0,225.10^{-2}$$

$$b = 2,510^{-2}$$

$$\omega^s = 0,225.10^{-2} \times 50 = 0,1125 \text{ Hz}$$

$$i_m = 5$$

$$\gamma_d = 0,09.25 = 2,25$$

$$\omega_o = 50 \text{ Hz}$$

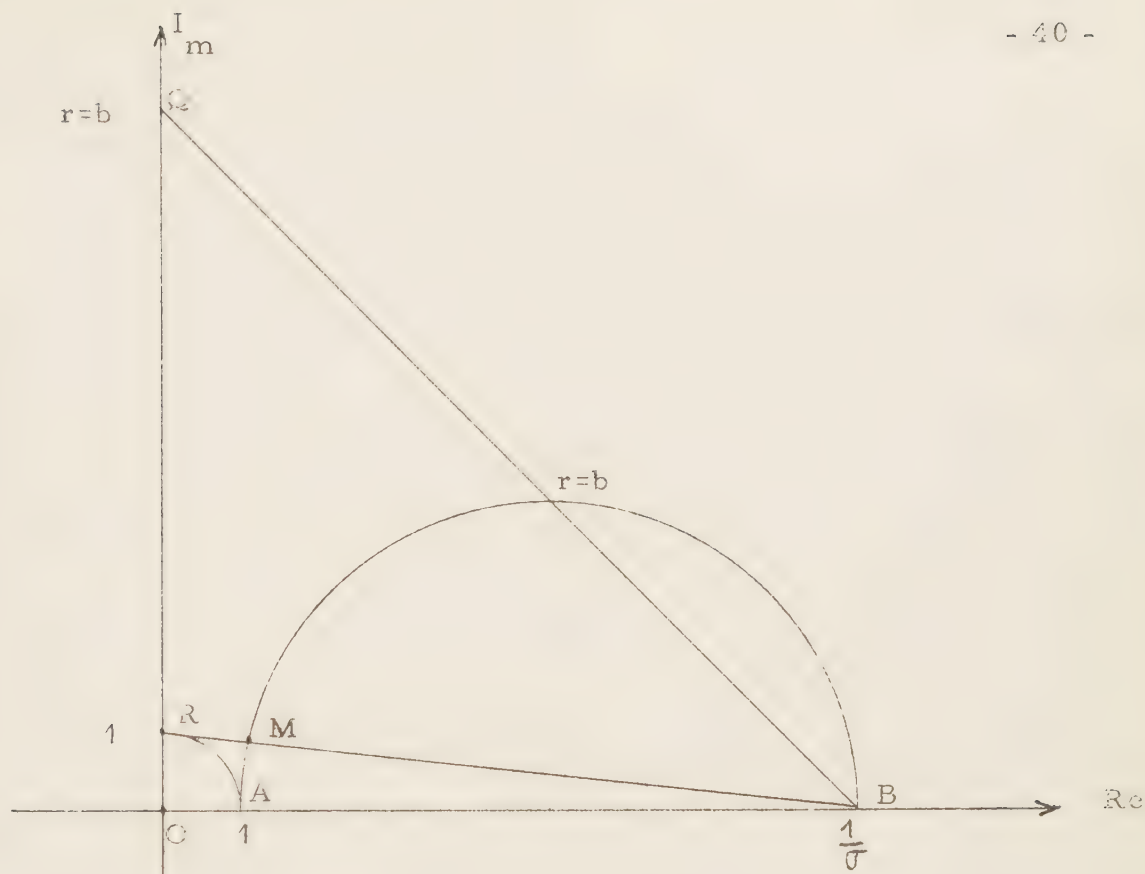
$$v_d = 5. 0,225 10^{-2} \sqrt{\frac{1+0,0081}{2}} = 3,54. 0,225 10^{-2}$$

$$V_1 = 126.3,54. 0,225.10^{-2} = 1,01 \text{ V} = 1 \text{ V}$$

La construction du point correspondant sur le cercle est alors très simple : on peut graduer l'axe imaginaire linéairement en fréquence rotorique rapportée r . Nous connaissons un point, celui pour lequel $r = b$ qui correspond au couple maximal à $\frac{v}{s} = \text{cte}$. Soit Q le point correspondant de l'axe imaginaire. Une propriété géométrique élémentaire permet de calculer $OQ = \frac{1}{\sigma}$.

On cherche le point R tel que OM corresponde à $b\sigma$. Il est donc tel que $OR = OQ. \sigma = 1$.

On tracera donc le point d'ordonnée 1 et on tracera le segment RB ($B ; \frac{1}{\sigma}, 0$). Ce segment coupe le cercle au point M définissant le point de démarrage optimal, la tension étant définie par l'échelle telle que $OM \times v = i_m$.



- Fig.II.9 -

Remarque :

Le résultat obtenu peut se retrouver classiquement en considérant qu'on alimente la machine non pas à tension constante, mais à courant constant (ce que nous avons implicitement supposé en écrivant $i = i_d = i_m$). Au démarrage la résistance de charge $\frac{R_2}{s}$ est égale à R_2 et alors le couple est maximal si $R_2 = L_2 \omega$, soit si $\omega = \frac{R_2}{L_2}$, qui, en valeurs réduites, donne

$$\text{l'expression } s = \frac{R_2}{L_2 \omega_c} = \sigma b.$$

1.2.3 - Cas où $R_1 \neq 0$

Nous supposons que la résistance d'un enroulement statorique n'est pas négligeable.

1.2.3.1 - L'impédance ramenée au stator s'écrit alors :

$$\bar{Z}_1 = R_1 + j L_1 \omega^s + \frac{M^2 \omega^r \omega^s}{R_2 + j L_2 \omega^r}$$

$$\bar{Z}_1 = R_1 + j L_1 \omega_o \frac{\omega^r}{\omega_o} \frac{\frac{R_2}{N_2 \omega_o} + j \frac{\omega^r}{\omega_o}}{\frac{R_2}{N_2 \omega_o} + j \frac{\omega^r}{\sigma \omega_o}}$$

$$\bar{Z}_1 = R_1 + Z_{10} s \frac{b + j r}{b + j \frac{r}{\sigma}} \quad \text{avec les notations déjà utilisées}$$

Nous poserons par analogie :

$$-ja = \frac{R_1}{\bar{Z}_{10}}$$

$$\bar{z} = \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_{10}}$$

La relation précédente s'écrit alors :

$$\frac{\bar{z}}{s} = -j \frac{a}{s} + \frac{b + j r}{b + j \frac{r}{\sigma}} \quad (6)$$

1.2.3.2 - Courant unitaire - Diagramme

Nous passons à l'écriture du courant réduit.

$$i = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \left(\frac{\bar{v}}{\bar{s}} \right) \frac{1}{\left(\frac{\bar{z}}{\bar{s}} \right)} = \left(\frac{\bar{v}}{\bar{s}} \right) \frac{1}{-j \frac{a}{s} + \frac{b + jr}{b + j \frac{r}{\sigma}}} \quad (7)$$

Sur cette expression il apparaît qu'il y aura trois variables d'étude, r, s et v ou $\left(\frac{v}{s} \right)$.

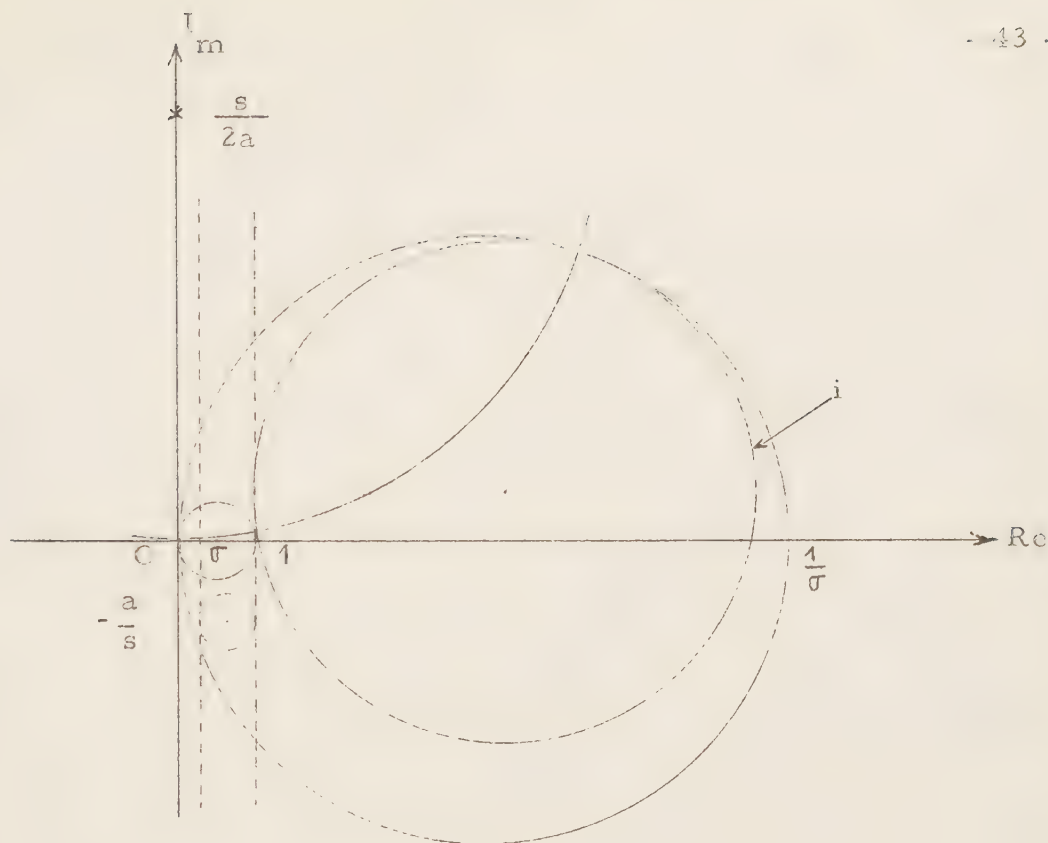
Si $s = Cte$ (utilisation habituelle de la machine asynchrone), le lieu de l'affixe de i est un cercle, la graduation variant avec $\underline{v}$.

Le **cercle** est obtenu à $\frac{v}{s}$ près par inversion du cercle impédance réduite divisée par la fréquence statorique rapportée.

Le cercle impédance est tangent aux parallèles à l'axe imaginaire d'abscisses 1 et σ et admet pour diamètre la parallèle à l'axe réel d'ordonnée $-\frac{ja}{s}$.

On en déduit que le cercle du courant est à $\frac{v}{s}$ près son inverse. Tous les cercles de courant sont tangents aux cercles centrés sur l'axe réel tangents en O à l'axe imaginaire et de diamètres respectifs 1 et $\frac{1}{\sigma}$. Ces deux cercles sont indépendants de $\underline{s}$. Pour un $\underline{s}$ donné le cercle de courant est de plus orthogonal au cercle centré sur l'axe imaginaire tangent en C à l'axe réel et de diamètre $\frac{s}{a}$.

Ces propriétés découlent immédiatement des propriétés du cercle impédance et de celles de la transformation homographique.



- Fig.II.10 -

Remarque : Les deux cercles fixes ont déjà été rencontrés lors de l'étude à $R_1 = 0$. Le cercle qu'on obtenait alors correspondait au cas où $a = 0$.

On retrouve ce cercle ici en faisant tendre s vers l'infini, ce qui rejette le centre du cercle orthogonal à l'infini sur l'axe imaginaire.

Pour toute valeur de s les variations du courant absorbé sont représentées par un cercle tangent aux deux cercles fixes, la graduation se faisant en r .

Si au contraire on se fixe la fréquence rotorique r et qu'on fait varier s , alors les variations du courant sont représentées par le cercle tangent en O à l'axe imaginaire (donc centré sur l'axe réel) et de diamètre

$$\frac{1 + \sigma^2 \frac{b^2}{r^2}}{\sigma + \sigma^2 \frac{b^2}{r^2}}$$

A FRÉQUENCE VARIABLE

$R_1 \neq 0$

Echelle en $\frac{v}{s}$

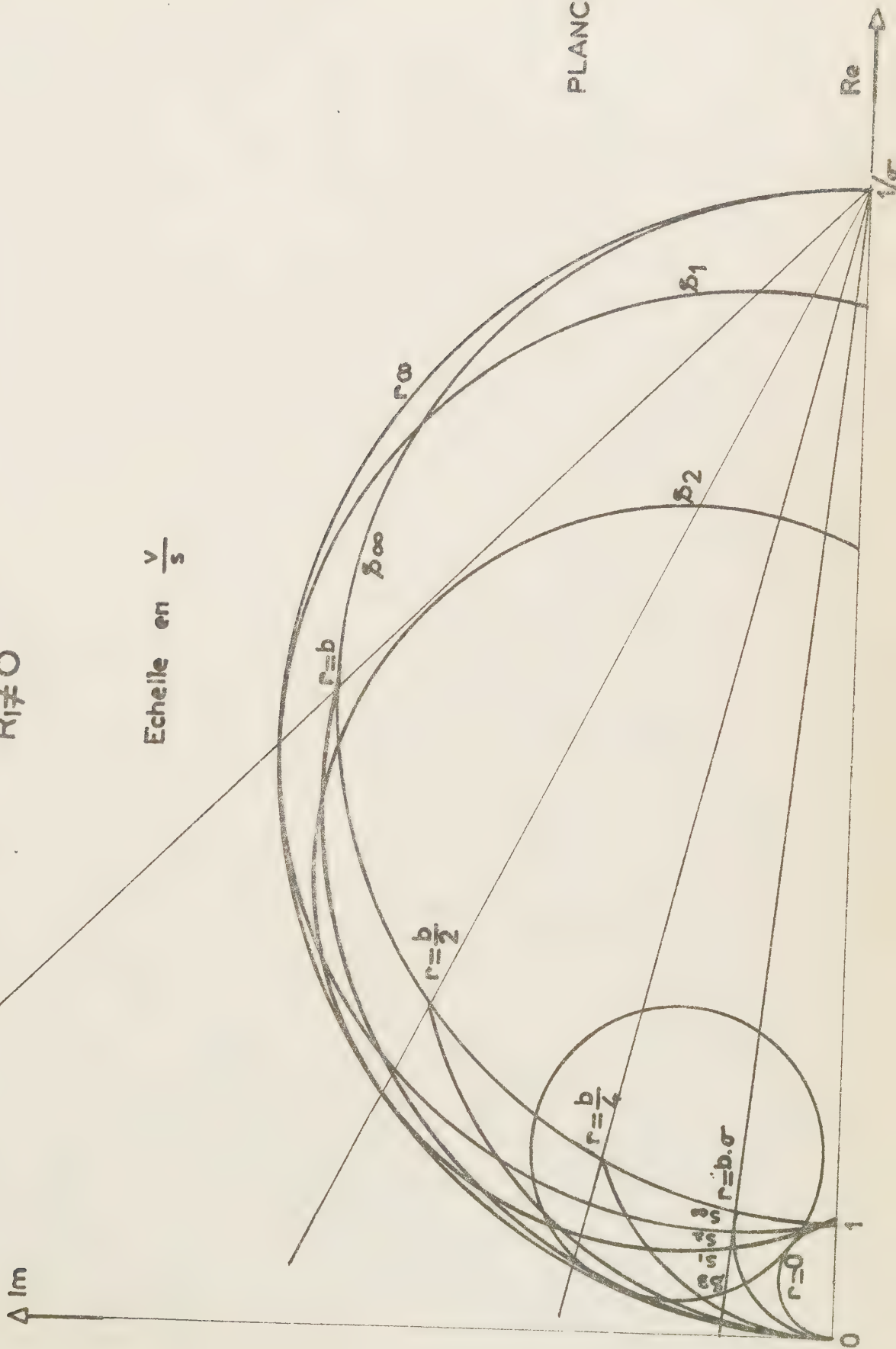


PLANCHE V

DIAGRAMME PRÉCÉDENT

POUR LA ZONE

"S" FAIBLE

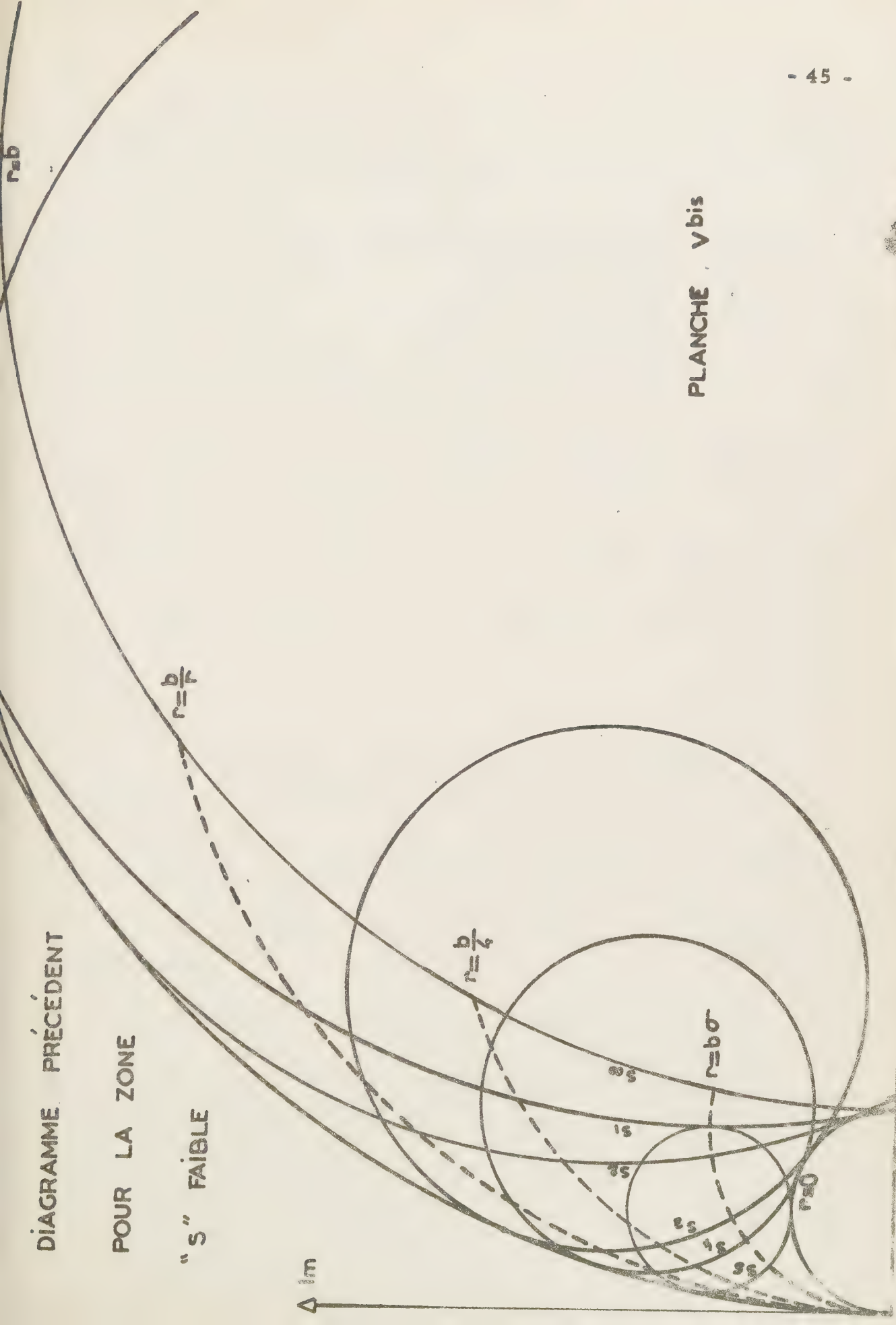


PLANCHE Vbis

Connaissant la graduation en r pour le cercle correspondant à R_1 = On peut donc tracer les cercles à $r = \text{cte}$ et ainsi graduer aisément point par point tout cercle correspondant à $R_1 \neq 0$ et s fixé.

(voir planche V et V bis où apparaît la graduation du plan en $r = \text{cte}$).

Tout point utile du plan peut alors être caractérisé par ses deux coordonnées (s, r) . Au cas où il y aurait ambiguïté (deux cercles se coupent en deux points) on la lèvera en suivant le sens de parcours de chacun des cercles à partir de l'origine.

Si pour des utilisations habituelles des machines asynchrones on se trouve toujours dans le cas où R_1 peut être négligé c'est à dire où $\frac{a}{s}$ tend vers zéro, il n'en est évidemment plus de même dans l'utilisation à fréquence variable car le domaine utilisé est celui où $s \ll 1$. Le rapport $\frac{a}{s}$ peut alors devenir grand et justifier l'utilisation du faisceau de cercles étudié.

1. 2. 3. 3 - Etude du couple.

Nous allons étudier la forme du couple obtenu et le mettre sous forme unitaire qui nous permettra :

- d'obtenir une expression valable pour toute machine asynchrone définie (par ses éléments constitutifs).
- d'étudier ses variations suivant la forme d'utilisation de la machine.

1. 2. 3. 3. 1 - Forme littérale du couple.

Le couple est donné par la formule :

$$\Gamma = 3 p \frac{R_2}{\omega r} \bar{I}_2 \bar{I}_2^*$$

D'après les équations électriques écrites en 2.1

$$\vec{I}_2 = \frac{j M \omega^r V_1}{(R_1 + j L_1 \omega^s) (R_2 + j L_2 \omega^r) + M^2 \omega^r \omega^s}$$

$$\vec{I}_2^* = \frac{-j M \omega^r V_1}{(R_1 - j L_1 \omega^s) (R_2 - j L_2 \omega^r) + M^2 \omega^r \omega^s}$$

$$I_2^2 = \vec{I}_2 \vec{I}_2^* = \frac{M^2 \omega_r^2 V_1^2}{\left[R_1 R_2 + \omega^s \omega^r (M^2 - L_1 L_2) \right]^2 + (R_2 L_1 \omega^s + R_1 L_2 \omega^r)^2}$$

$$I_2^2 = \frac{M^2 V_1^2}{\omega_s^2 L_1^2 N_2^2 \left[1 - \frac{R_1}{L_1 \omega^s} \cdot \frac{R_2}{N_2 \omega^r} \right]^2 + \omega_s^2 L_1^2 L_2^2 \left[\frac{R_1}{L_1 \omega^s} + \frac{R_2}{L_2 \omega^r} \right]^2}$$

Soit avec les notations utilisées :

$$I_2^2 = \frac{M^2 V_1^2}{\omega_s^2 L_1^2 L_2^2 \left[\sigma^2 \left(1 - \frac{a}{s} \frac{b}{r} \right)^2 + \left(\frac{a}{s} + \frac{b \sigma}{r} \right)^2 \right]}$$

On a alors :

$$\Gamma = 3 p \frac{R_2}{\omega^r} \frac{M^2 V_1^2}{\omega_s^2 L_1^2 L_2^2} \frac{1}{\sigma^2 \left(1 - \frac{a}{s} \frac{b}{r} \right)^2 + \left(\frac{a}{s} + \frac{b \sigma}{r} \right)^2}$$

Avec les notations déjà utilisées cette expression prend la forme :

$$\Gamma = 2 \Gamma_{om} \frac{b}{r} \sigma^2 \frac{\left(\frac{v}{s} \right)^2}{\left(\frac{b}{r} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{a}{s} \right)^2 \right] \sigma^2 + 2 \frac{b}{r} \left[\sigma \frac{a}{s} - \sigma^2 \frac{a}{s} \right] + \sigma^2 + \left(\frac{a}{s} \right)^2}$$

Soit enfin

$$\gamma = \left(\frac{v}{s}\right)^2 \frac{2}{\frac{b}{r} + \frac{r}{b} + \left[2 \frac{a}{s} \frac{1-\sigma}{\sigma} + \left(\frac{a}{s}\right)^2 \left(\frac{b}{r} + \frac{r}{b\sigma^2}\right)\right]} \quad (2)$$

Sur cette expression il apparaît que la quantité entre crochets dans le dénominateur représente le terme correctif dû à l'introduction de la résistance statorique (cf expression du couple pour $R_1 = 0$ § 2.23). On retrouve bien l'expression simplifiée dans le cas où

$\frac{a}{s} = 0$ c'est à dire soit pour $R_1 = 0$.

soit pour s infini

Les principaux modes d'utilisation de la machine sont alors clairement définis.

- utilisation classique, v et s constants, r varie
- utilisation à fréquence fixe et à tension variable. On se ramène au cas précédent par changement d'échelle.
- utilisation à flux constant, $\frac{v}{s} = \text{cte}$ et s variable. Pour chaque valeur de s on a une étude de courant et couple.
- utilisation à tension constante et à fréquence d'alimentation variable. Cette étude se ramène à la précédente par changement d'échelle de lecture.

1.2.3.3.2 - Couple maximal.

A toute valeur de s et de v correspond une courbe de variation du couple en fonction de r de même type que celle obtenue pour $R_1 = 0$, et un couple maximal.

Nous allons étudier les variations de celui-ci quand s varie.

La valeur de r pour laquelle γ est maximal est :

$$r = r_m = b \sigma \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{a}{s}\right)^2}{\sigma^2 + \left(\frac{a}{s}\right)^2}} \quad (9)$$

La valeur correspondante de γ est :

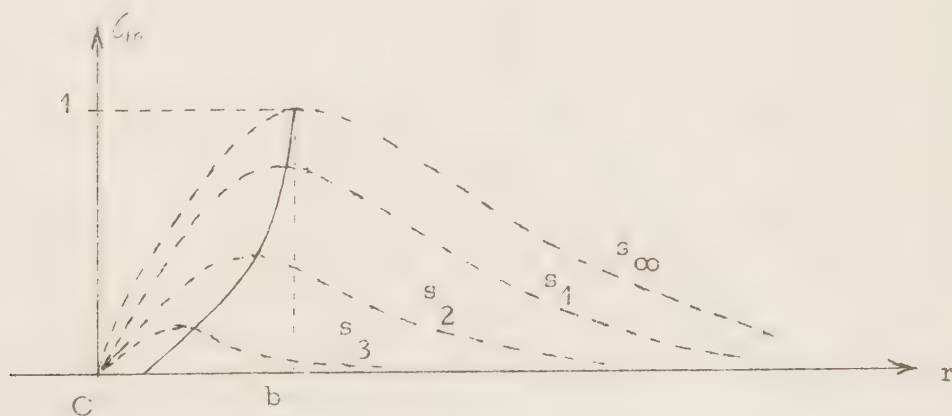
$$\gamma = \gamma_m = \left(\frac{v}{s}\right)^2 \frac{1}{\frac{a}{s} \frac{1 - \sigma}{\sigma} + \sqrt{\left[1 + \left(\frac{a}{s}\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{a}{s\sigma}\right)^2\right]}} \quad (10)$$

on tracera deux types de courbes :

- r_m et γ_m en fonction de s .
- γ_m en fonction de r

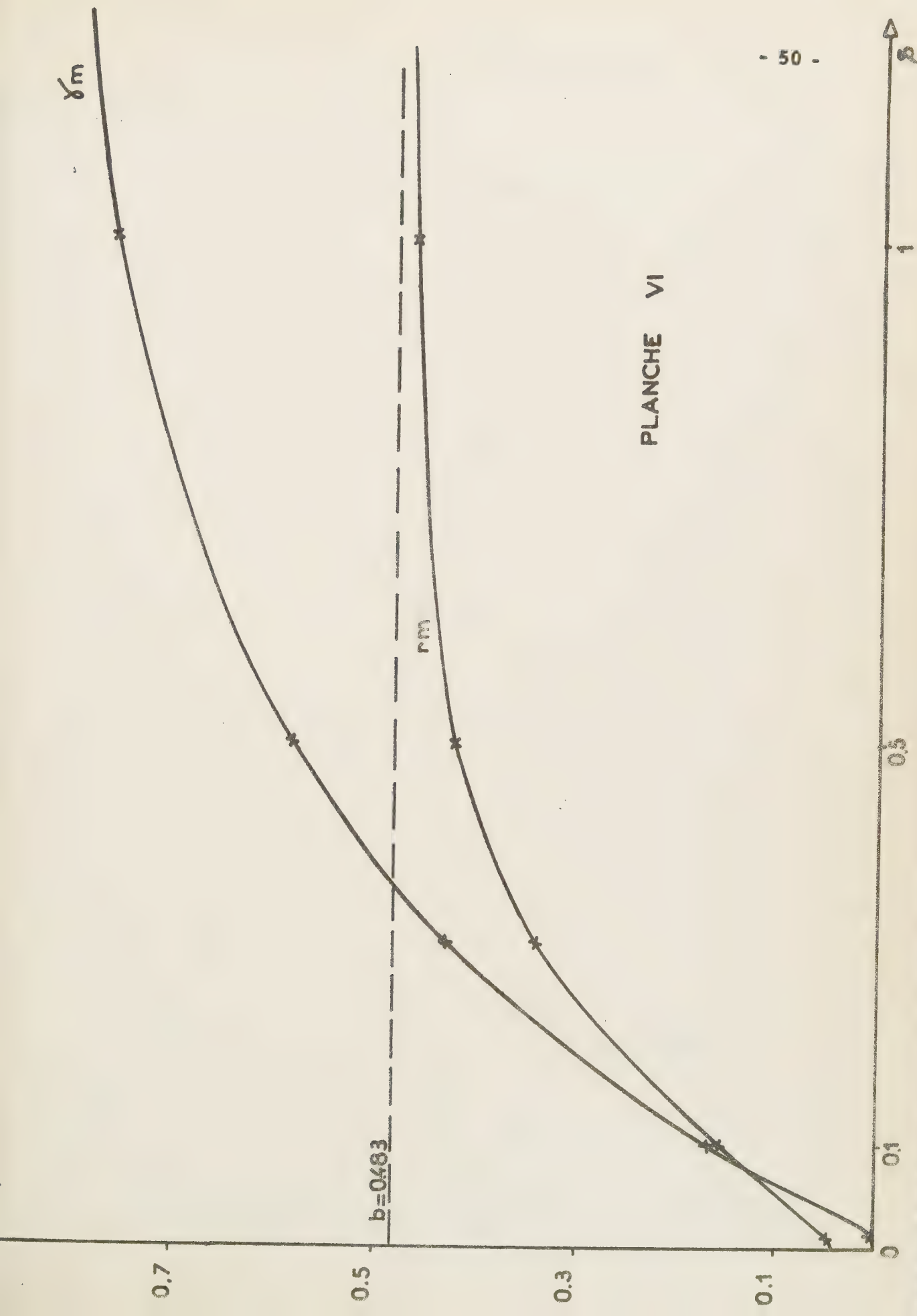
Ces courbes ont été tracées point par point pour des valeurs intéressantes, les coefficients numériques étant ceux de la machine utilisée [planches VI et VII.]

La courbe $\gamma_m(r)$ permet de mieux visualiser le déplacement de la courbe du couple avec les différentes valeurs de s . (cf. Fig. II.11).



- Fig. II.11 -

PLANCHE VI



$$\gamma_m = F(r_m)$$

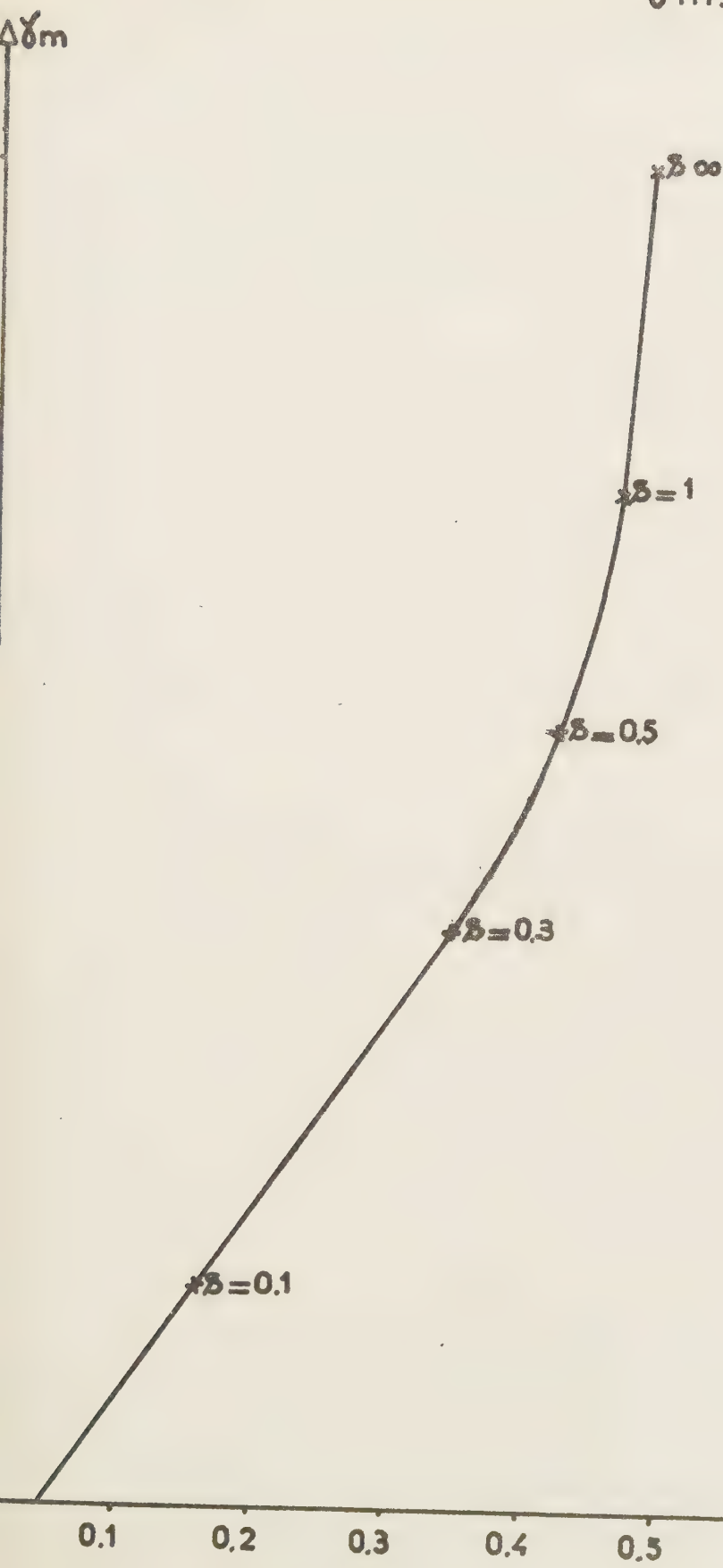


PLANCHE VII

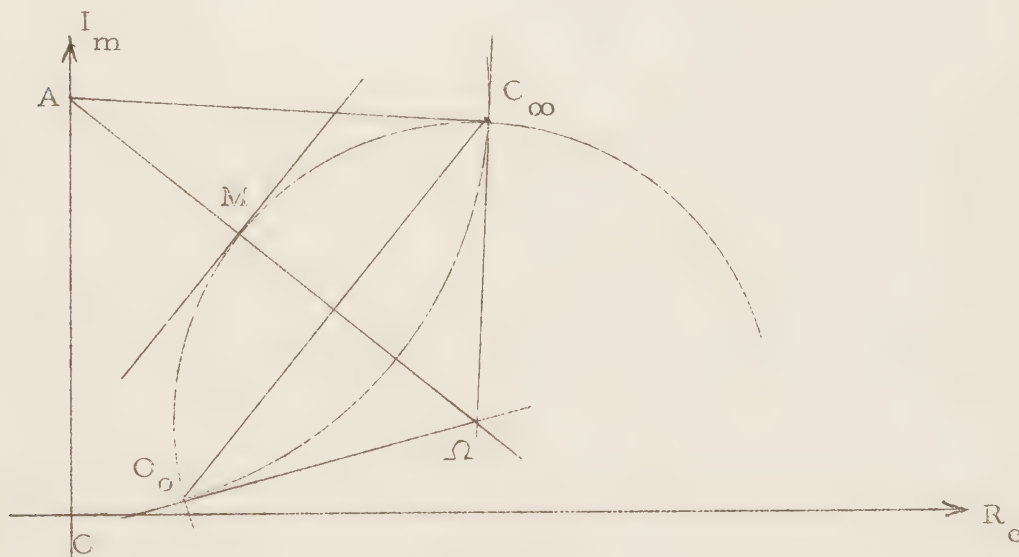
Sur le diagramme circulaire on peut construire le point de couple maximum simplement.

L'étude classique du cercle de Blondel à R_1 variable et à fréquence fixe montre que le point de couple maximal est le point du cercle où la tangente est parallèle à $O_0 O_\infty$. Or dans notre étude nous introduisons le paramètre $\frac{a}{s}$ proportionnel à $\frac{R_1}{\omega s}$. Le résultat n'est donc pas modifié.

Cette propriété permet de construire simplement le point cherché et va nous permettre d'obtenir l'équation de son lieu quand s , donc ν , varie.

Construction du point de couple maximal.

Les propriétés énoncées ci-dessus font apparaître clairement que le point cherché est à l'intersection du cercle de Blondel et du segment qui joint le centre Ω de ce cercle au centre A du cercle centré sur l'axe imaginaire auquel appartiennent les points O_0 et O_∞ .



- Fig. II.12 -

Nous connaissons toutes les grandeurs qui entrent en jeu. Nous pouvons donc définir les coordonnées du point M.

Coordonnées et grandeurs de départ.

$$A (C, \alpha) \quad \alpha = \frac{1}{2t} \quad t = \frac{a}{s} = \frac{R_1}{L_1 \omega s}$$

$$\Omega (x_0, y_0) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_0 = \frac{1 + \sigma}{2(t^2 + \sigma)} \\ y_0 = \frac{t}{t^2 + \sigma} \end{array} \right.$$

$$R = \frac{1 - \sigma}{2(t^2 + \sigma)} \quad \text{rayon du cercle de Blondel.}$$

Equation de la droite A Ω :

$$\frac{x - x_0}{y - y_0} = \frac{x_0}{y_0 - \alpha}$$

Equation du cercle de Blondel :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

Le point M est à l'intersection de ces deux courbes :

$$M \quad \left\{ \begin{array}{l} y = y_0 \pm \frac{R (y_0 - \alpha)}{\sqrt{x_0^2 + (y_0 - \alpha)^2}} \\ x = x_0 \pm \frac{R x_0}{\sqrt{x_0^2 + (y_0 - \alpha)^2}} \end{array} \right.$$

Compte tenu des valeurs données on obtient :

$$(11) \begin{cases} x = \frac{1 + \sigma}{2(t^2 + \sigma)} \left[1 \pm \frac{(1 - \sigma)t}{\sqrt{(t^2 + 1)(t^2 + \sigma^2)}} \right] \\ y = \frac{1}{2(t^2 + \sigma)} \left[2t \pm \frac{(1 - \sigma)(t^2 - \sigma)}{\sqrt{(t^2 + 1)(t^2 + \sigma^2)}} \right] \end{cases}$$

Ce sont les équations paramétriques du lieu cherché où le paramètre est $t = \frac{a}{s}$.

Ces équations permettent soit d'obtenir l'équation cartésienne du lieu (en fait l'élimination du paramètre t entre les deux équations obtenues n'est pas simple et conduit à une équation cartésienne qui ne l'est pas non plus et n'est donc pas exploitable), soit de construire la courbe point par point.

1.2.3.3.3 - Couple de démarrage.

Le démarrage se fera avec les mêmes limitations que celles vues au § 2.2.4.

On a donc

$$s = r$$

$$i = i_m$$

On obtient alors le même couple (cf formule 5).

Les conditions optimales sont donc fixées par :

$$\begin{aligned} s_{dm} &= b\sigma \\ \gamma_{dm} &= \sigma i_m^2 \end{aligned}$$

La tension étant donnée par :

$$\bar{i}_m = \bar{i}_d = \frac{v}{s} \frac{b + j \frac{s}{\sigma}}{b + \frac{a}{\sigma} + j(s - \frac{ab}{s})} \quad (12)$$

soit avec $s = b\sigma$

$$v_{dm} = i_m b \sigma \sqrt{\frac{1 + \sigma^2 + \frac{2a}{b\sigma} \left(1 - \sigma + \frac{a}{b\sigma}\right)}{2}} \quad (13)$$

Remarque :

On voit que par rapport au cas simplifié où $R_1 = 0$ les conditions de fréquence et de couple de démarrage sont les mêmes, seule la tension diffère. La modification correspond à la puissance dissipée par effet Joule.

Application numérique.

En reprenant les valeurs numériques déjà utilisées au § 2.2.4 on retrouve les mêmes valeurs de fréquence et couple de démarrage. La tension devient :

$$v_d = 5,0,225 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{1 + 0,0081 + 1,1 + 0,67}{2}} = 1,325 \cdot 10^{-2}$$

$$V_d = 127 v_d = 1,685 \text{ V} = 1,7 \text{ V} \quad V_d = 1,7 \text{ V}$$

Il apparaît que l'augmentation de tension n'est pas négligeable.

Graphiquement le point de démarrage optimal est à l'intersection des cercles gradués en s et r ayant chacun pour valeur $s = r = b\sigma$
[planche VIII.]

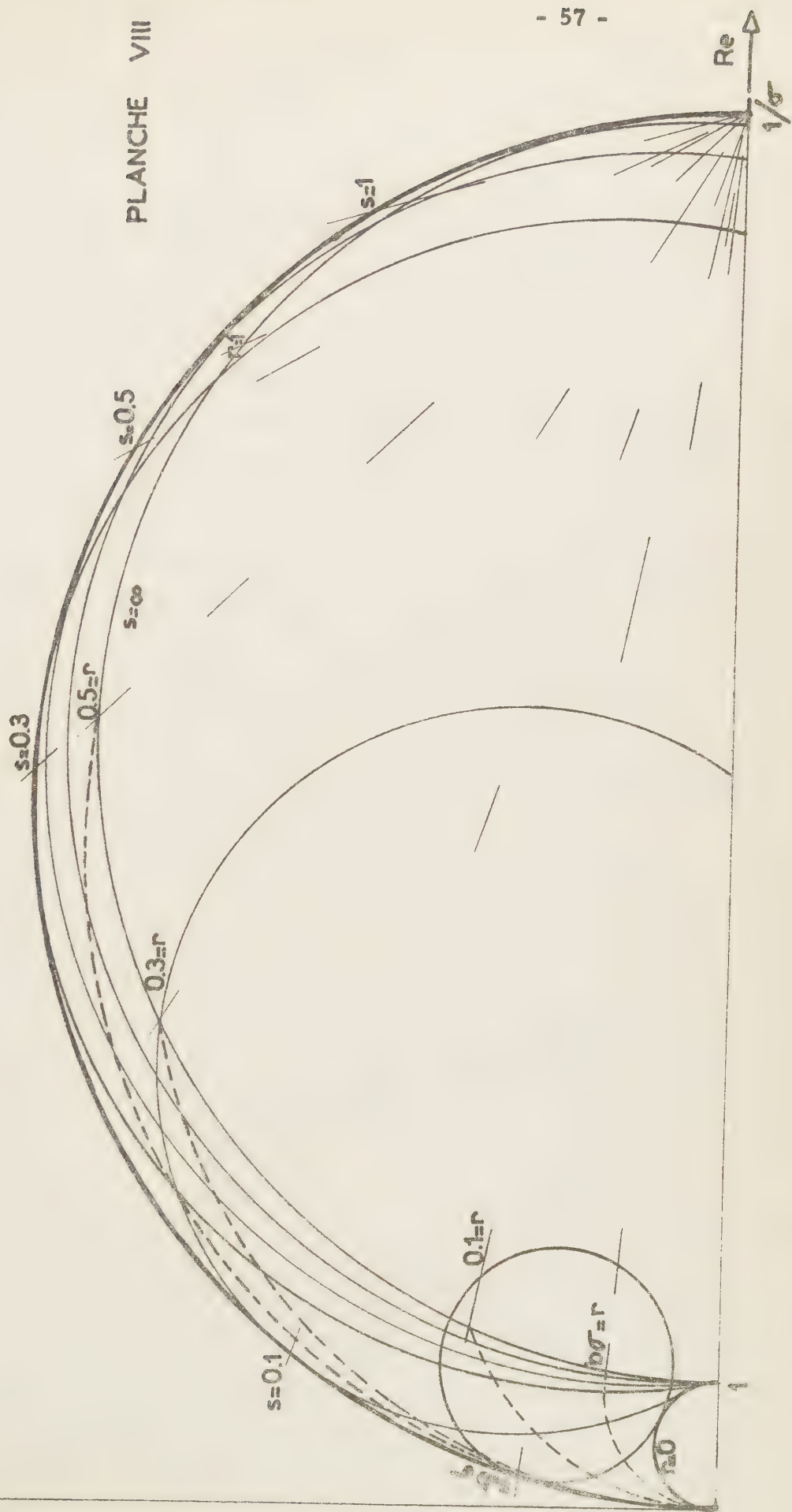
La construction est moins simple que dans le cas simplifié ($R_1 = 0$) et on constate que le point obtenu correspond à une amélioration du $\cos \varphi$.

Les résultats obtenus permettent de conclure qu'on peut étudier tout moteur asynchrone à nombre de phases statoriques variable et alimenté à fréquence variable à l'aide du même diagramme unitaire.

Celui-ci est obtenu à partir de mesures uniquement statoriques et décrit le fonctionnement du moteur à tous ses régimes.

Une graduation circulaire double du plan permet une visualisation immédiate et commode du point de fonctionnement du moteur à tout instant (pour toute fréquence d'alimentation et toute fréquence de courants induits).

Ce diagramme, initialement diagramme de courant, peut être lu en diagramme de puissance à condition de faire le changement d'échelle correspondant. La seule précaution à prendre pour une utilisation efficace est de bien préciser les échelles choisies, car le diagramme qui est unique peut être utilisé pour toutes les valeurs des grandeurs d'alimentation dans la mesure où il n'y a pas de saturation.



2 - DEUXIEME PARTIE

Nous abordons l'étude de la machine alimentée par un système de tensions périodiques mais non sinusoïdales que l'on décompose en série de Fourier. De plus on considère que les grandeurs d'entrée forment un système équilibré.

Pour la généralité de l'exposé on sera amené à considérer que la machine est P phasée au stator et Q phasée au rotor.

On établira d'abord les coefficients fondamentaux de couplages et les équations de flux qui en découlent.

Puis on déterminera les couples correspondant aux différents harmoniques des grandeurs d'alimentation.

On verra alors apparaître les limitations d'utilisation du système d'alimentation choisi.

2.1 - Equations Générales.

On considère une machine asynchrone à deux paires de pôles au stator et à rotor à cage d'écureuil. Elle a donc, selon le fonctionnement un nombre de phases variable au rotor $[4]$.

Nous nous proposons d'écrire les équations de fonctionnement de la machine alimentée par des courants et tensions non sinusoïdaux que nous exprimerons sous forme d'une somme de composants harmoniques sinusoïdaux (décomposition en série de Fourier). Comme d'autre part nous nous proposons de modifier le bobinage statorique de façon à faire varier le nombre de phases au stator, pour décrire de façon très générale le fonctionnement de la machine, il convient d'écrire les équations pour :

- le n° harmonique des grandeurs d'alimentation
- un stator Pphasé et un rotor Q_n phasé avec $Q_n = \frac{B}{np}$
où B est le nombre de barres, n le numéro de l'harmonique considéré, p le nombre de paires de pôles pour le fondamental
[4]

Nous exprimerons ensuite, pour chaque étude particulière, et compte tenu des données numériques, les grandeurs réelles que nous conserverons.

2.1.4.- Notations et définitions.

2.1.4.1.- - Grandeurs d'alimentation : -----

$$v_{p,n}^s = V_n^s \sqrt{2} \cos \left[n \left[\omega t - (p-1) \partial^s \right] \right] \quad \begin{array}{l} n^{\circ} \text{ harmonique de la tension appliquée} \\ \text{au } p^{\circ} \text{ enroulement statorique, avec} \end{array}$$

$$\partial^s = \frac{2\pi}{P}$$

$$i_{p,n}^s = I_n^s \sqrt{2} \cos \left[n \left[\omega t - \varphi_n^s - (p-1) \partial^s \right] \right] \quad \begin{array}{l} \text{même définition} \\ \varphi_n^s \text{ déphasage relatif au } n^{\circ} \text{ harmonique} \end{array}$$

$$i_{q,n}^r = I_n^r \sqrt{2} \cos \left[n \left[g_n \omega t - \varphi_n^r - (q-1) \partial_n^r \right] \right] \quad \begin{array}{l} n^{\circ} \text{ harmonique de courant induit} \\ \text{dans le } q^{\circ} \text{ enroulement rotorique} \end{array}$$

$$\partial_n^r = \frac{2\pi}{Q_n} = n \partial^r = \frac{2\pi n}{Q}$$

g_n glissement relatif au n° harmonique

2.1.1.2 - Glissement.

On sait que si on applique au stator un système polyphasé de pulsation ω on obtient un champ tournant à la vitesse $\frac{\omega}{p}$. Le rotor tourne à la vitesse $\Omega = (1 - g) \frac{\omega}{p}$. Si maintenant on superpose à cette pulsation un harmonique d'ordre n on crée un champ tournant au stator à la vitesse $\frac{n\omega}{p}$. Le rotor tourne toujours à la même vitesse Ω telle que :

$p\Omega = (1 - g)\omega = (1 - g_n)n\omega$, cette dernière égalité définissant g_n , soit :

$$g_n = 1 - \frac{1 - g}{n} = \frac{n - 1 + g}{n}$$

La pulsation des courants rotoriques est toujours $g_n \omega_n$, soit :

$$\omega_n^r = \left(1 - \frac{1 - g}{n}\right) n\omega = (n - 1 + g)\omega.$$

On retrouve bien pour le fondamental ($n = 1$)

$$\omega^r = g\omega.$$

2.1.1.3 - Eléments de couplage

Ecrivons les équations liant les flux statoriques et rotoriques pour le n° harmonique. Sous forme matricielle on écrit :

$$\begin{bmatrix} \psi_n^s \\ \psi_n^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{nn}^{ss} & \mathcal{L}_{nn}^{sr} \\ \mathcal{L}_{nn}^{rs} & \mathcal{L}_{nn}^{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_n^s \\ i_n^r \end{bmatrix} = \mathcal{L}_n \begin{bmatrix} i_n^s \\ i_n^r \end{bmatrix}$$

$\mathcal{L}_n$ est la matrice de couplage relative au n° harmonique. Elle est composée de quatre sous-matrices :

$\mathcal{L}_n^{ss}$ matrice carrée $P \times P$ de couplage des éléments statoriques.

$\mathcal{L}_n^{sr}$ matrice rectangulaire $P \times Q$ de couplage stator-rotor.

$\mathcal{L}_n^{rs}$ matrice rectangulaire $Q \times P$ de couplage rotor-stator.

$\mathcal{L}_n^{rr}$ matrice carrée $Q \times Q$ de couplage des éléments rotoriques.

Ecrivons les explicitement.

* $\mathcal{L}_n^{ss}$ est indépendante de la fréquence et est une donnée constructive pour un nombre de phases déterminé.

$$\mathcal{L}_n^{ss} = l_p^s U_p + L_{CP}^s \begin{bmatrix} 1 & \dots & \cos(p-1) \partial^s & \dots & \cos(P-1) \partial^s \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \cos(P-1+p) \partial^s & \dots & \cos(P-1+p) \partial^s & \dots & \cos(P-1) \partial^s \\ \cos \partial^s & \dots & \cos p \partial^s & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

où l_p^s est l'inductance de fuite d'une bobine pour le stator P phasé

L_{OP}^s " propre " " " " "

$$* \mathcal{L}_n^{sr} = M_{PQ,n}^{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_n & \dots & \cos \left[\theta_n + (q-1) \partial_n^r \right] & \dots & \cos \left[\theta_n + (Q-1) \partial_n^r \right] \\ \cos \left[\theta_n - (p-1) \partial^s \right] & \cos \left[\theta_n + (q-1) \partial_n^r - (p-1) \partial^s \right] & \dots & \dots & \dots \\ \cos \left[\theta_n - (P-1) \partial^s \right] & \dots & \dots & \dots & \cos \left[\theta_n + (Q-1) \partial_n^r - (P-1) \partial^s \right] \end{bmatrix}$$

où $M_{PQ,n}^{sr}$ est le coefficient maximum de mutuelle entre une phase du stator P phasé et une phase du rotor Q phasé et où

$$\theta_n = n \left[\theta_{o,n} + (1 - g_n) \omega t \right] = \theta \text{ si } \theta_{on} = \frac{\theta_o}{n} \text{ car } 1 - g = n(1 - g_n).$$

En effet l'angle mécanique ne dépend pas de l'harmonique considéré car la vitesse de rotation est fixée par le fondamental.

$$* \mathcal{L}_n^{rs} = \left[\mathcal{L}_n^{sr} \right]_t$$

$$* \mathcal{L}_n^{rr} = l_{\Omega}^r U_{\Omega} + L_{\Omega\Omega}^r \begin{bmatrix} 1 & \dots & \cos(q-1) \partial_n^r & \dots & \cos(q-1) \partial_n^r \\ \vdots & & & & \vdots \\ \cos \partial_n^r & \dots & & & 1 \end{bmatrix}$$

avec les mêmes définitions que pour $\mathcal{L}_n^{ss}$

Equations des flux

2.1 - - On peut alors écrire explicitement le flux $\Psi_{1,n}^s$ dans le 1° enroulement statorique :

$$\Psi_{1,n}^s = l_p^s i_{1,n}^s + \sum_{p=1}^P L_{op}^s I_n^s \sqrt{2} \cos (P-1+p) \partial^s \cdot \cos n \left[\omega t - \varphi_n^s - (p-1) \partial^s \right] \\ + \sum_{q=1}^Q M_{PQ,n}^{sr} I_n^r \sqrt{2} \cos \left[\theta_n - (1-1) \partial^s + (q-1) \partial_n^r \right] \cos n \left[g_n \omega t - \varphi_n^r - (q-1) \partial_n^r \right]$$

ou

$$\Psi_{1,n}^s = l_p^s i_{1,p}^s + \frac{L_{op}^s I_n^s \sqrt{2}}{2} \sum_{p=1}^P \left\{ \cos \left[[P-(1-1)] \partial^s + n \omega t - n \varphi_n^s - (p-1) (n-1) \partial^s \right] \right. \\ \left. + \cos \left[[P-(1-1)] \partial^s - n \omega t + n \varphi_n^s + (p-1) (n+1) \partial^s \right] \right\} \\ + \frac{M_{PQ,n}^{sr} I_n^r \sqrt{2}}{2} \sum_{q=1}^Q \left\{ \cos \left[\theta_o + n \omega t - (1-1) \partial^s - n \varphi_n^r - (q-1) (n-1) \partial_n^r \right] \right. \\ \left. + \cos \left[\theta_o + (1-2g_n) n \omega t + n \varphi_n^r - (1-1) \partial^s + (q-1) (1+n) \partial_n^r \right] \right\}$$

Examinons les deux sommes obtenues séparément.

$\sum_P$ sera non nulle si, et seulement si, $n \pm 1 = kP$ soit :

$$n = kP \pm 1$$

Si $n = kP + 1$ la rotation du flux est de sens direct

$n = kP - 1$ " " " inverse.

Dans l'un ou l'autre cas on aura un résultat de la forme :

$$\sum_P = \frac{L^s_{CP} I^s_n \sqrt{2}}{2} P. \cos \left[\pm n (\omega t - \varphi^s_n) - (1 \pm 1) \partial^s \right]$$

On voit donc que suivant le nombre de phases statoriques (imposé par le montage choisi) seuls certains harmoniques de courant contribuent à la création d'un flux non nul.

$\sum_Q$ sera non nulle si, et seulement si, $n (n \pm 1) = k'Q$.

Cette relation entre nombres entiers conduit à un nombre de solutions beaucoup plus faible que la précédente.

Remarquons une profonde différence de nature quant à la forme des résultats obtenus suivant qu'on considère le signe $+$ ou le signe $-$ dans la relation de définition de n .

En effet, si n est solution de :

$\rightarrow n (n - 1) = k'Q$ le résultat est de la forme :

$$\sum_Q = \frac{M^{sr}_{PQn} I^r_n \sqrt{2}}{2} Q \cos \left[\theta_0 + n \omega t - n \varphi^r_n - (1 - 1) \partial^s \right]$$

si n est solution de :

$\rightarrow n (n + 1) = k'Q$

$$\sum_q = \frac{i \omega_n^s I_n^s \sqrt{2}}{2 F \Omega_n} = \cos \left[\theta_n + (1 - 2 g_n) n \omega t + n \varphi_n^r - (1-q) \partial^s \right]$$

On voit qu'on a, là aussi, deux champs tournant en sens contraires car :

$$(1 - 2 g_n) n \omega t = \left[-n + 2(1-g) \right] \omega t, \text{ mais pas à la même vitesse.}$$

4.2.2 - $\Psi_{m,n}^s$ flux dans le m° enroulement rotorique.

$$\begin{aligned} \Psi_{m,n}^r &= \sum_{p=1}^P M_{F\Omega,n}^{sr} I_n^s \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \left[\theta_n + (p-1) \partial^s - (m-1) \partial_n^r \right] \cdot \cos n \left[\omega t - \varphi_n^s - (p-1) \partial^s \right] \\ &+ I_Q^r i_{m,n}^r + \sum_{q=1}^Q L_{OQ}^r I_n^r \frac{\sqrt{2}}{2} \cos (\Omega - m + q) \partial_n^r \cdot \cos n \left[g_n \omega t - \varphi_n^r - (q-1) \partial_n^r \right] \end{aligned}$$

qui donne

$$\begin{aligned} \Psi_{m,n}^r &= \sum_{p=1}^P M_{F\Omega,n}^{sr} I_n^s \frac{\sqrt{2}}{2} \left\{ \cos \left[n \left[\theta_n + (2-g_n) \omega t - \varphi_n^s \right] + (m-1) \partial_n^r - (n-1)(p-1) \partial^s \right] \right. \\ &\quad \left. + \cos \left[n(\theta_{on} - g_n \omega t + \varphi_n^s) + (m-1) \partial_n^r + (n+1)(p-1) \partial^s \right] \right\} \\ &+ I_Q^r i_{m,n}^r + \sum_{q=1}^Q L_{OQ}^r I_n^r \frac{\sqrt{2}}{2} \left\{ \cos \left[n g_n \omega t - n \varphi_n^r - (m-1) \partial_n^r - (n-1)(q-1) \partial_n^r \right] \right. \\ &\quad \left. + \cos \left[-(n g_n \omega t - n \varphi_n^r) - (m-1) \partial_n^r + (n+1)(q-1) \partial_n^r \right] \right\} \end{aligned}$$

Là encore il faut examiner les différents cas possibles pour les $\sum$

en p et q.

$\sum_p$ sera non nulle si $n \pm 1 = kP$ et suivant le cas on aura des pulsations différentes.

$\sum_q$ sera non nulle si $n(n \pm 1) = k'Q$ qui conduira à des solutions de la forme

$$\cos \left[\pm n (g_n \omega t - \varphi_n^r) - (m-1) \partial_n^r \right]$$

On voit que les résultats et la discussion sont analogues à ceux obtenus pour le stator.

3 - COUPLE.

Nous calculons le couple produit par le n° harmonique de courant. Le couple total sera évidemment la somme algébrique de tous les couples harmoniques ainsi définis.

Par définition le couple est :

$$\Gamma_n = -\frac{1}{2} i_t \frac{\partial \mathcal{L}_n}{\partial \phi_n} i \quad \text{avec } \phi_n = \frac{\theta_n}{P_n} = \frac{\theta_n}{np}$$

Comme les armatures sont à pôles lisses, les mutuelles $\mathcal{L}^{ss}$ et $\mathcal{L}^{rr}$ sont indépendantes de l'angle (mécanique ou électrique) et on peut alors écrire :

$$\Gamma_n = - \begin{bmatrix} i_n^s \end{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}_n^{sr}}{\partial \phi_n} \begin{bmatrix} i_n^r \end{bmatrix}$$

Soit :

$$\Gamma_n = 2 \begin{bmatrix} i_n^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_n^r \end{bmatrix} \frac{1}{P_n} \sum_{m=1}^Q \left\{ \sum_{l=1}^P \frac{\partial \theta_n}{\partial \phi_n} \cos \left[n \left[\omega t - \varphi_n^s - (l-1) \partial^s \right] \right] \sin \left[\theta_n - (l-1) \partial^s + (m-1) \partial^r \right] \right\} \cos n \left[g_n \omega t - \varphi_n^r - (m-1) \partial^r \right]$$

Calculons tout d'abord la quantité entre accolades

$$\left\{ \right\} = \frac{1}{2} \frac{\partial \theta_n}{\partial \phi_n} \sum_{l=1}^P \sin \left[n \left[\theta_{on} + (2-g_n) \omega t - \varphi_n^s \right] - (n+1)(l-1) \partial^s + (m-1) \partial^r \right] + \sin \left[n \left[\theta_{on} - g_n \omega t + \varphi_n^s \right] + (n-1)(l-1) \partial^s + (m-1) \partial^r \right]$$

Trois cas sont alors possibles :

$$n+1 = kP, \text{ alors } \left\{ \right\} = \frac{1}{2} \frac{\partial \theta_n}{\partial \phi_n} P \sin n \left[\theta_{on} + (2-g_n) \omega t - \varphi_n^s + (m-1) \partial^r \right]$$

$$n-1 = kP, \text{ alors } \left\{ \right\} = \frac{1}{2} \frac{\partial \theta_n}{\partial \phi_n} P \sin n \left[\theta_{on} - g_n \omega t + \varphi_n^s + (m-1) \partial^r \right]$$

$$n \pm 1 \neq kP, \text{ alors } \left\{ \right\} = 0$$

2.2 - Nous calculons maintenant le couple correspondant à chacun des cas où la quantité entre accolades n'est pas nulle.

2.2.1 - $n+1 = kP$

$$\begin{aligned} \Gamma_{en} &= -P \frac{\partial \theta_n}{\partial \phi_n} I_n^s I_n^r M_{PQn}^{sr} \sum_{m=1}^{\infty} \sin n \left[\theta_{on} + (2-g_n) \omega t - \varphi_n^s + (m-1) \partial^r \right] \\ &\quad \cos n \left[g_n \omega t - \varphi_n^r - (m-1) \partial^r \right] \\ &= -\frac{P}{2} \frac{\partial \theta_n}{\partial \phi_n} I_n^s I_n^r M_{PQn}^{sr} \sum_m \sin n \left[\theta_{on} + 2 \omega t - \varphi_n^s - \varphi_n^r + (1-n) (m-1) \partial^r \right] \\ &\quad + \sin n \left[\theta_{on} + 2 (1-g_n) \omega t - \varphi_n^s + \varphi_n^r + (1+n) (m-1) \partial^r \right] \end{aligned}$$

Il faut alors envisager trois cas.

2.2.1.1 - $n(n-1) = k'Q$.

$$\Gamma_{en} = -\frac{PQ}{2} I_n^s I_n^r M_{PQn}^{sr} \frac{\partial \theta_n}{\partial \phi_n} \sin n \left[\theta_{on} + 2 \omega t - (\varphi_n^s + \varphi_n^r) \right]$$

2.2.1.2 - $n(n+1) = k'Q$

$$\Gamma_{en} = -\frac{PQ}{2} I_n^s I_n^r M_{PQn}^{sr} \frac{\partial \theta_n}{\partial \phi_n} \sin n \left[\theta_{on} + 2(1-g_n) \omega t - \varphi_n^s + \varphi_n^r \right]$$

$$2.2.1.3 - \underline{n(n+1) \neq k'Q}$$

$$\Gamma_{en} = 0$$

$$2.2.2 - \underline{n-1 = k'Q}$$

$$\Gamma_{en} = -\frac{P}{2} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi_n} I_n^s I_n^r M_{PQn}^{sr} \sum \sin n [\theta_{on} + \varphi_n^s - \varphi_n^r + (1-n)(m-1) \partial^r] \\ + \sin n [\theta_{on} - 2g_n \omega t + \varphi_n^s + \varphi_n^r + (1+n)(m-1) \partial^r]$$

Il faut envisager trois cas :

$$2.2.2.1 - : \underline{n(n-1) = k'Q.}$$

$$\Gamma_{en} = \frac{-PQ}{2} I_n^s I_n^r M_{PQn}^{sr} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi_n} \sin n (\theta_{on} + \varphi_n^s - \varphi_n^r)$$

$$2.2.2.2 - \underline{n(n+1) = k'Q}$$

$$\Gamma_{en} = -\frac{PQ}{2} I_n^s I_n^r M_{PQn}^{sr} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi_n} \sin n (\theta_{on} - 2g_n \omega t + \varphi_n^s + \varphi_n^r)$$

$$2.2.2.3 - \underline{n(n+1) \neq k'Q}$$

$$\Gamma_{en} = c.$$

2.3 - Seul le cas II-1 correspond à un couple constant dans le temps (fondamental). Les autres sont des couples fluctuants.

2.3.1 - Sans pour l'instant entrer dans le calcul complet relatif à chacun des montages statoriques on peut remarquer que la structure en cage d'écureuil du rotor nous permet de fixer les harmoniques de courant qui auront seuls une influence sur le couple, indépendamment de toute autre considération. Ils doivent être solution de :

$$n(n \pm 1) = kQ \text{ avec } Q = \frac{N}{p} = \frac{42}{2} = 21$$

Soit : $n = 1, 6, 7, 14, 15, 20, 21, 22, 27, 28, 35, 36, 41, 42, 43, \dots$
 $- + - + - + - + -$

Nous verrons par la suite que la décomposition en série de Fourier de la tension d'alimentation ne comporte pas de termes pairs.

Il en résulte que les montages :

triphase et hexaphase d'une part et tétraphase d'autre part n'autorisent respectivement que les harmoniques :

3 ph et 6 ph $n = 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, \dots$

4 ph $n = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19, 21, \dots$

Les seules valeurs communes aux deux listes précédentes sont :

pour 3 ph et 6 ph : $n = 1, 7, 35, \dots$

4 ph : $n = 1, 7, 15, 21, \dots$

Cette constatation justifie que nous limitons, pour chaque montage statorique, notre étude au 7° harmonique.

2.3.2 On voit tout de suite dans quel sens il conviendrait de modifier la machine utilisée pour améliorer son fonctionnement. En augmentant le nombre de barres du rotor on pourrait supprimer les premiers harmoniques gênants. En effet, si on considère un rotor à 50 barres, on aura $Q = 25$. Soit à résoudre les deux équations en n .

$$n(n \pm 1) = k \cdot 25.$$

Celles-ci n'admettent que les solutions entières suivantes :

$$n = 1, 24, 25, 26, 49, 50, 51, \dots$$

Dans tous les cas d'utilisation (2, 3, 4, 6 phase) le premier harmonique rencontré est le 25° dont la contribution (ou la perturbation) est faible par rapport au fondamental.

Si par ailleurs on se limite à une configuration statorique on peut envisager un nombre de barres inférieur, la structure du rotor n'ayant plus vocation aussi "universelle", mais étant adaptée à cette structure.

2.3.3- L'étude faite n'est pas entièrement satisfaisante car on a supposé que la distribution des barres du rotor à cage d'écureuil était équivalente à des enroulements sinusoïdalement répartis.

Or on montre [4] qu'une cage d'écureuil parcourue par des courants sinusoïdaux de fréquence donnée engendre un champ contenant des harmoniques par rapport à cette fréquence.

Pour un nombre de barres N et un nombre de paires de pôles p des courants sinusoïdaux de pulsation ω engendrent des harmoniques dont les ordres doivent satisfaire à l'équation :

$\nu = h \frac{N}{p} \pm 1$ h étant un nombre entier quelconque, la vitesse absolue de rotation de cet harmonique de champ étant :

$$\omega_{\nu} = (1 - g) \frac{\omega}{p} \pm \left(\frac{hN}{p} \pm 1 \right) \frac{g\omega}{p} = \frac{\omega}{p} \left(1 \pm h \frac{Ng}{p} \right)$$

Étendons ce résultat en calculant quels sont les harmoniques de champ créés par un courant non plus de pulsation fondamentale ω , mais de pulsation harmonique $\omega_n = n\omega$.

On obtient alors les harmoniques :

$$\nu_n = h \frac{N}{p_n} \pm 1 = h \frac{N}{np} \pm 1$$

Le rotor tourne toujours à la vitesse $(1 - g) \frac{\omega}{p}$ qui est imposée par le fondamental. La vitesse de rotation du champ créé est donc :

$$\begin{aligned} \omega_{\nu_n} &= (1 - g) \frac{\omega}{p} \pm \frac{g_n \omega_n}{p} \left(\frac{hN}{np} \pm 1 \right) = (1 - g_n) \frac{\omega_n}{p} \pm \frac{g_n \omega_n}{p} \left(\frac{hN}{np} \pm 1 \right) \\ &= \frac{\omega_n}{p} \left(1 \pm \frac{g_n h N}{np} \right) = \frac{\omega}{p} \left(n \pm h \frac{N}{p} g_n \right) \end{aligned}$$

Comme par ailleurs on sait que $g_n = \frac{n-1+g}{n}$, on a alors :

$$\omega_{\nu_n} = \frac{\omega}{p} \left(n \pm h \frac{N}{p} \frac{n-1+g}{n} \right)$$

On voit donc qu'un harmonique de courant peut, à cause de la structure en cage d'écureuil, créer des harmoniques de champ. Nous allons examiner quelles sont les pulsations des champs créés par les premiers harmoniques de courant pour en déduire les couples supplémentaires dus à cette structure.

Nous avons $N = 42$ et $p = 2$ (cf références du moteur).

Les pulsations des champs créés par les courants circulant dans la cage d'écureuil sont :

$$\omega_n^r = \gamma \sum_n g_n \omega_n$$

Soit explicitement,

$$\omega_n^r = \left(h \frac{N}{np} \pm 1 \right) (n - 1 + g) \omega$$

Nous considérons les harmoniques $n = 1, 5, 7$ et examinons les premiers harmoniques γ créés.

$$n = 1 \quad \omega_1^r = (24 h \pm 1) g \omega$$

Soit :

$$h = 1 \quad \omega_{1,1}^r = 20 g \omega \quad \omega_{1,1}^{+r} = 22 g \omega$$

$$h = 2 \quad \omega_{1,2}^r = 44 g \omega \quad \omega_{1,2}^{+r} = 43 g \omega$$

etc ...

$$n = 5 \quad \omega_5^r = \left(\frac{21}{5} h \pm 1 \right) (4 + g) \omega$$

Soit

$$h = 5 \quad \omega_{5,5}^r = 20 \omega (4 + g) \quad \omega_{5,5}^{+r} = 22 \omega (4 + g)$$

etc...

$$n = 7 \quad \omega_7^r = (3h \pm 1) (6 + g) \omega$$

Soit :

$$h = 1 \quad \omega_{7,1}^{-r} = 2\omega (6 + g) \quad \omega_{7,1}^{+r} = 4\omega (6 + g)$$

$$h = 2 \quad \omega_{7,2}^{-r} = 5\omega (6 + g) \quad \omega_{7,1}^{+r} = 7\omega (6 + g)$$

etc...

Connaissant les pulsations de ces champs nous pouvons maintenant en déduire leurs vitesses absolues de rotation . Rappelons qu'elles sont données par :

$$\omega_{\vee n} = \frac{\omega}{p} \left(n \pm h \frac{N}{p} \frac{n - 1 + g}{n} \right)$$

Nous reprenons une à une les valeurs d'harmoniques considérées.

$$n = 1 \quad \omega_{\vee 1} = \frac{\omega}{p} (1 \pm 2hg)$$

$$\omega_{11} = \frac{\omega}{p} (1 \pm 21g)$$

$$\omega_{21} = \frac{\omega}{p} (1 \pm 42g)$$

La vitesse dépendra de la valeur du glissement.

$$n = 5 \quad \omega_{\vee 5} = \frac{\omega}{p} \left(5 \pm h 21 \frac{4 + g}{5} \right)$$

$$\omega_{55} = \frac{\omega}{p} \left[5 \pm 21 (4 + g) \right] \begin{cases} \nearrow \frac{\omega}{p} (89 + 21g) \\ \searrow - \frac{\omega}{p} (79 + 21g) \end{cases}$$

D'après les limitations faites ces ordres n'interviennent pas dans nos calculs.

$$n = 7 \quad \omega_{\nu 7} = \frac{\omega}{p} \left(7 \pm h_{21} \frac{6 + g}{7} \right)$$

$$\omega_{17} = \frac{\omega}{p} \left[7 \pm 3(6 + g) \right] \begin{cases} \nearrow \frac{\omega}{p} (25 + 3g) \\ \searrow -\frac{\omega}{p} (11 + 3g) \end{cases}$$

Idem.

Il apparaît donc que seuls peuvent intervenir des couples dus au champ créé par le fondamental, suivant les valeurs du glissement.

En effet, considérons plusieurs valeurs du glissement et calculons les vitesses correspondantes du champ.

$g \%$	4,76	9,53	19,05
ω_{11}	$\frac{2\omega}{p}$	$3\omega/p$	$5\omega/p$
	0	$-\omega/p$	$-3\omega/p$
ω_{21}	$3\omega/p$	$5\omega/p$	$9\omega/p$
	$-\omega/p$	$-3\omega/p$	$-7\omega/p$

Pour les valeurs $\frac{5\omega}{p}$ il y aura création d'un couple parasite on voit donc qu'il y aura des valeurs de g à éviter en régime normal. Le passage momentané par ces valeurs a moins d'importance, car le couple créé est alors passager.

Pour conclure cette étude nous dirons que les hypothèses de calcul faites sont valables et qu'elles s'appliquent correctement pour décrire le fonctionnement de la machine étudiée, sauf peut être en un nombre fini de points de fonctionnement.

CHAPITRE III

Le présent chapitre est consacré à la description des montages pratiquement réalisés et à l'exposé des résultats des mesures effectuées. Il comprend trois parties correspondant aux trois montages statoriques triphasé, tétraphasé, hexaphasé.

Pour chacune des études la présentation est la même :

- montage statorique (connexion des enroulements).
- système d'alimentation.
- équations de la machine et étude des harmoniques opérants.
- mode opératoire.
- relevé graphique des grandeurs mesurées.

1 - Etude triphasée.

1.1 - On connecte les enroulements de la machine de façon à obtenir une distribution statorique triphasée équilibrée.

Rappelons que d'après les résultats exprimés dans la présentation de la machine utilisée, la séquence de bobinage statorique est :

$$S_1 - 16/12-11/6-4/1-0/4-7/11-6/16-17/0-S_2$$

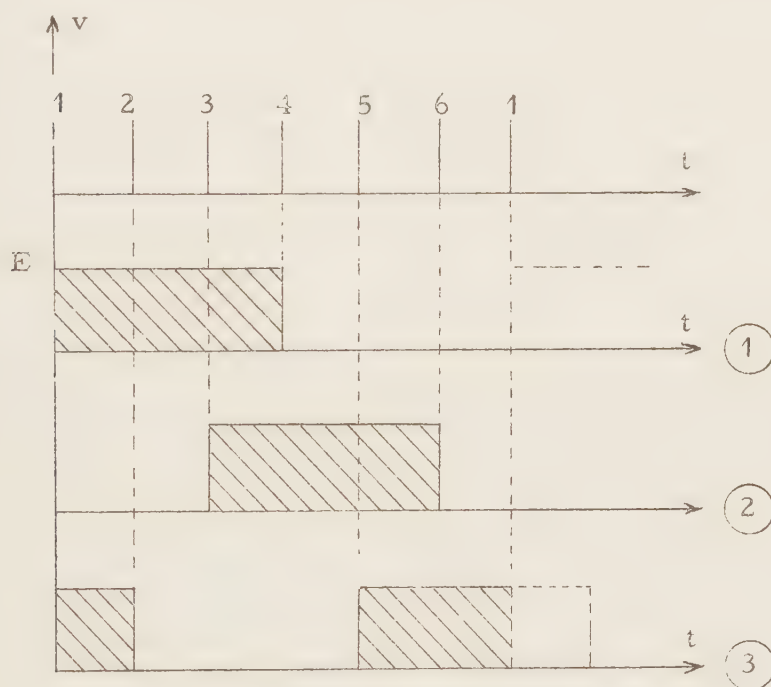
$$8-9/10-3/18-20/21-14 / 9-10/14-13/20-21/3-2$$

$$S_3 - 13/15-17/19-2/5-7/1-5/18-19/12-15/8-S_4$$

1.2 - Obtention du triphasé.

Le système d'interrupteurs à thyristors avec thyristor annexe d'extinction exige que l'on ait une impulsion de déclenchement pour allumer le thyristor principal et une impulsion pour déclencher le thyristor annexe qui éteindra le thyristor principal.

Pour obtenir trois tensions équilibrées il faut donc avoir six impulsions par période. Nous partons donc d'une fréquence $6f$ d'impulsions de déclenchement qui se répartissent suivant le schéma :



- Fig.III.1 -

Les six impulsions de commande sont donc affectées et réparties comme suit :

Pulse	1	2	3	4	5	6
Fonction (Affectation)	01	F3	02	F1	03	F2
Thyristor (Répartition)	1	3'	2	1'	3	2'

0 = ouvre

F = ferme (éteint)

Chaque couple de thyristor est numéroté : i thyristor principal

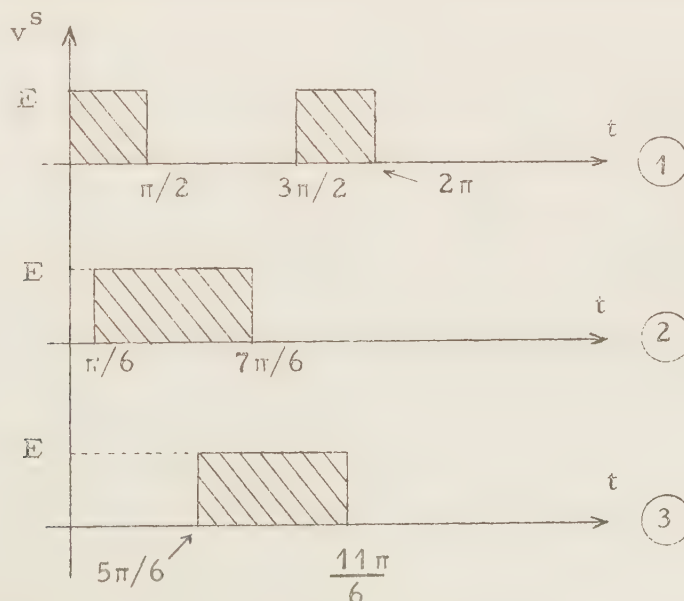
i' thyristor annexe

avec $i = 1, 2, 3$

Application à la machine.

Nous choisissons l'origine des temps de façon à avoir une fonction paire du temps.

a Le système des tensions appliquées à la machine est donc :



- Fig.III-2 -

Le développement en série de Fourier des tensions V^s donne le résultat classique suivant :

$$V_1^s = \frac{2E}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} + \cos \omega t + \frac{\cos 5 \omega t}{5} - \frac{\cos 7 \omega t}{7} + \dots + (-1)^k \frac{\cos(2k+1)\omega t}{2k+1} + \dots \right]$$

et par déphasage les tensions dans les deux autres phases.

$$V_2^s = \frac{2E}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} + \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) + \dots + (-1)^k \frac{\cos(2k+1)\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)}{2k+1} + \dots \right]$$

$$V_3^s = \frac{2E}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} + \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + \dots + (-1)^k \frac{\cos(2k+1)\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)}{2k+1} + \dots \right]$$

b - Les courants ont des formes analogues, mais sont déphasés car on tient compte des impédances des enroulements. On obtient les expressions suivantes :

$$I_p^s = I_3^s \frac{2}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} + \cos \left(\omega t + p \frac{2\pi}{3} - \varphi_3^s \right) + \dots + \frac{(-1)^k}{2k+1} \cos(2k+1)\left(\omega t + p \frac{2\pi}{3} - \varphi_3^s\right) + \dots \right]$$

où $p = 0, 1, 2$

$$I_q^r = I_Q^r \frac{2}{\pi} \left[\cos \left(g_1 \omega t + p \frac{2\pi}{3} - q \frac{2\pi}{Q} - \varphi_Q^r \right) + \dots + \frac{(-1)^k}{2k+1} \cos(2k+1) \left(g_{2k+1} \omega t + p \frac{2\pi}{3} - q \frac{2\pi}{Q_{2k+1}} - \varphi_Q^r \right) + \dots \right]$$

où Q désigne le nombre de phases rotoriques.

et $q = 0, 1, 2, \dots, Q - 1$.

1.3 - Equations de la machine à stator triphasé.

1.3.1 - Limitations en fréquence.

La décomposition en série de Fourier des tensions d'alimentation fait apparaître qu'il n'y a pas d'harmonique pair.

Il n'y a ni harmonique 3 ni harmoniques multiples de trois car le stator est monté en étoile.

1.3.2 - Les équations générales obtenues II-3 nous conduisent à distinguer deux cas dans l'écriture des flux :

$$\underline{n = k P + 1}$$

avec $P = 3$ les harmoniques correspondants sont :

$$n = 1, 7, 13, 19 \dots$$

$$1 \text{ et } 7 \text{ vérifient : } n(n-1) = k'Q.$$

$$13 \text{ et } 19 \text{ ne vérifient pas } n(n \pm 1) = k'Q.$$

On déduit immédiatement des calculs généraux les équations de flux pour ces harmoniques.

$$\underline{n = k P - 1}$$

Les harmoniques correspondants sont :

$$n = 5, 11, 17 \dots \text{ qui ne vérifient pas (pour } n < 20)$$

$$\text{les équations : } n(n \pm 1) = k'Q.$$

On a alors aussi les équations de flux correspondantes.

1.3.3 - Nous écrirons deux équations pour chaque harmonique intéressant.

- le flux dans le premier enroulement statorique.
- le flux dans le premier enroulement rotorique.

Les autres s'en déduisent par introduction de déphasage.

$$n = 1$$

Nous retrouvons les équations classiques de fonctionnement de la machine asynchrone.

$$\Psi_{1,1}^s = l_{3,1}^s i_{1,1}^s + \frac{L_{op}^s I_1^s \sqrt{2}}{2} \cdot 3 \cdot \cos(\omega t - \varphi_1^s) + \frac{M_{PQ,1}^{sr} I_1^r \sqrt{2}}{2} 21 \cdot \cos(\theta_o + \omega t - \varphi_1^r)$$

$$\Psi_{1,1}^r = \frac{M_{PQ,1}^{sr} I_1^s \sqrt{2}}{2} 3 \cos(g\omega t - \varphi_1^s - \theta_o) + l_{Q,1}^r i_{1,1}^r + \frac{L_{oQ}^r I_1^r \sqrt{2}}{2} 21 \cos(g\omega t - \varphi_1^r)$$

Utilisons les notations habituelles dans la description du fonctionnement des machines asynchrones, soient :

$$\bar{V}_1^s = V_1^s$$

$$\bar{I}_1^s = I_1^s \sqrt{2} e^{-j\varphi_1^s}$$

$$\bar{I}_1^{r'} = I_1^r e^{j\theta_o} \text{ et } \bar{I}_1^r = I_1^r \sqrt{2} e^{-j\varphi_1^r}$$

$$M_1 = \frac{M_{PQ,1}^{sr}}{2}$$

$$L_1^s = l_{3,1}^s + \frac{L_{oP}^s}{2} 3$$

$$L_1^r = l_{Q,1}^r + \frac{L_{oQ}^r}{2} 21$$

Les équations définissant les flux prennent alors les formes :

$$\Psi_{11}^s = L_1^s \bar{I}_1^s + M_1 21 \bar{I}_1^{r'}$$

$$\Psi_{11}^r = M_1 3. \bar{I}_1^s + L_1^r \bar{I}_1^{r'}$$

En passant aux équations électriques on obtient :

$$\begin{cases} \bar{V}_1^s = (R_1^s + j L_1^s \omega) \bar{I}_1^s + j \omega M_1 21. \bar{I}_1^{r'} \\ 0 = j g \omega M_1 3. \bar{I}_1^s + (R_1^r + j g \omega L_1^r) \bar{I}_1^{r'} \end{cases}$$

Pour le fondamental on trouve bien évidemment les équations classiques de la machine asynchrone.

$n = 5$

D'après les résultats généraux les flux relatifs à l'harmonique 5 sont de la forme :

$$\begin{cases} \Psi_{5,1}^s = L_5^s \bar{I}_5^s + o \\ \Psi_{5,1}^r = M. 3. \bar{I}_5^s + o \end{cases}$$

Il n'y a pas de courant rotorique induit et donc pas de couple produit. On voit alors que l'harmonique 5 ne correspond qu'à une consommation statorique.

$n = 7$

L'harmonique 7 entrant dans la même catégorie de notre classification que le fondamental, les équations qui s'y rapportent ont la même forme et surtout le couple produit est de même forme et de même sens.

Les autres harmoniques autorisés par la nature du stator et celle de l'alimentation sont : 11, 13, 17, 19... qui n'induisent pas de courants rotoriques et ne produisent pas de couple.

Le premier harmonique induisant courant rotorique est le 35°. Nous le négligeons ici.

Notons toutefois que l'action des harmoniques non pris en considération n'est pas nulle. Elle correspond à une consommation d'énergie dans le stator, énergie qui n'est pas transformable en énergie mécanique.

1.3.4 - Couples

Pour exprimer le couple total obtenu on ne fera donc intervenir que les harmoniques 1 et 7.

$$\underline{n=1} \quad \Gamma_{e1} = - \frac{3.21}{2} I_1^s I_1^r M_{PQ}^{sr} \frac{\partial \theta}{\partial \phi} \sin (\theta_o + \varphi_1^s - \varphi_1^r)$$

$$\underline{n=7} \quad \Gamma_{e7} = - \frac{3.21}{2} I_7^s I_7^r M_{PQ}^{sr} \frac{\partial \theta_7}{\partial \phi} \sin 7 (\theta_{o7} + \varphi_7^s - \varphi_7^r)$$

Le couple total est la somme de ces deux couples qui sont de même forme.

Compte tenu de ce que I_7^s et I_7^r sont inversement proportionnels à $n^2 = 49$ et que $\frac{d\theta_7}{d\phi} = 7 \frac{d\theta_1}{d\phi}$ on voit que Γ_n est proportionnel à $\frac{1}{3^n}$ ce qui conduit très rapidement à des valeurs négligeables. Dans le cas particulier qui nous intéresse on obtient $\frac{1}{7^3} \approx \frac{3}{1000}$.

On peut donc dire que l'action des couples parasites est négligeable. Comme l'étude des performances de la machine a été faite dans les zones de faible glissement $0 < g < 25 \%$ ces couples parasites n'interviennent pas.

Remarquons que ces résultats qui paraissent en contradiction avec des phénomènes bien connus (accrochage d'un moteur à une vitesse de synchronisme correspondant à une déformation de la courbe de couple pour un harmonique) s'expliquent si on tient compte de la nature de l'alimentation qui impose à l'amplitude de chaque harmonique de décroître avec son ordre.

1.4 - Mode opératoire.

1.4.1 - Démarrage

Le démarrage est effectué sous tension réduite et à fréquence basse afin de limiter le courant absorbé et d'augmenter le couple.

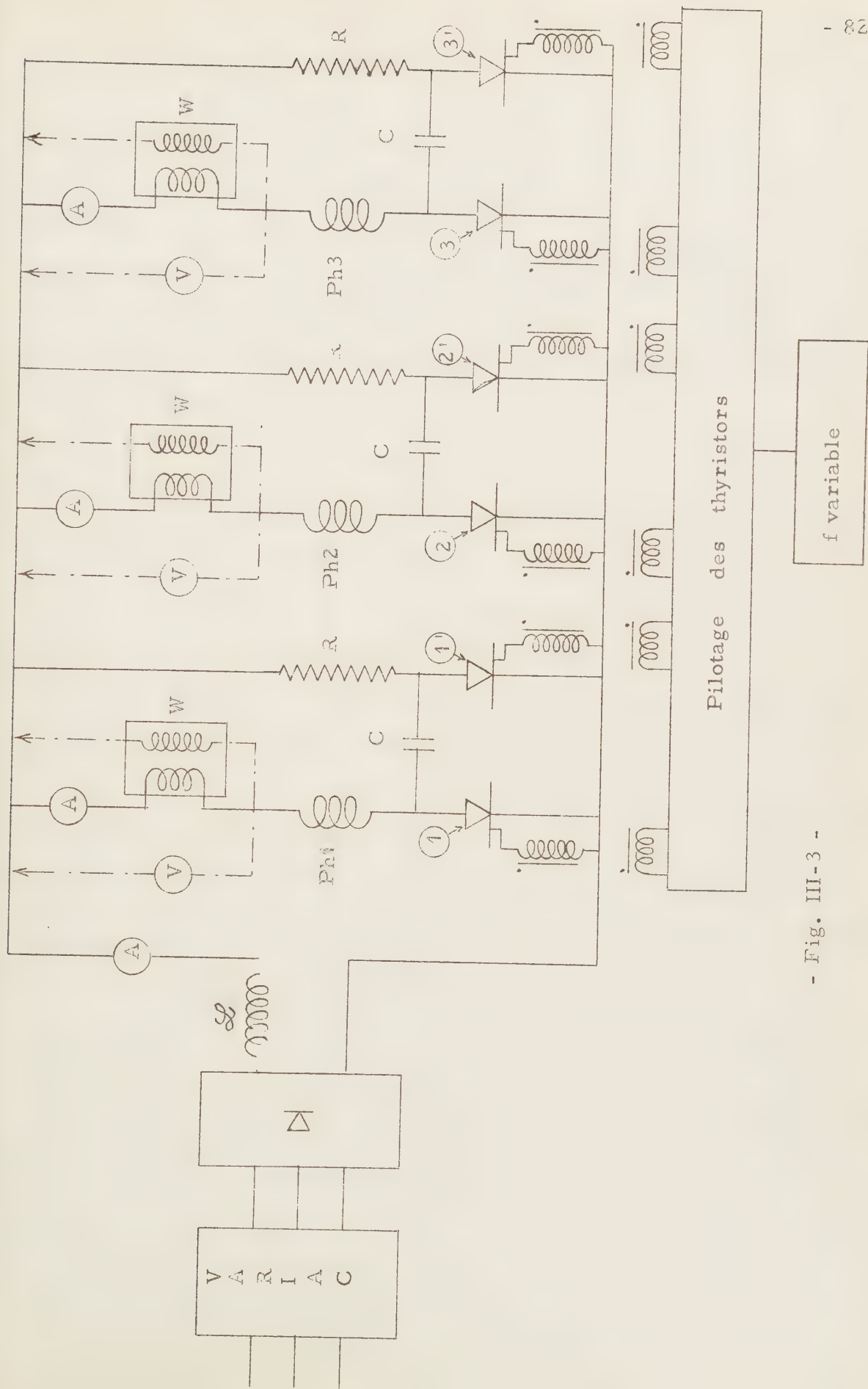
En effet, si on alimente le moteur à 50 Hz et qu'on essaie de le faire démarrer, la consommation de courant est forte.

Le moteur utilisé étant à rotor à cage d'écureuil il n'était pas possible de limiter ce courant par insertion d'un rhéostat de démarrage.

Pour ne pas avoir un courant absorbé trop fort (supérieur à $4,5 J_n$) risquant de dépasser les calibres des appareils de mesure nous avons choisi la méthode suivante.

A une fréquence déterminée on alimente le moteur sous tension réduite. Il démarre et le courant absorbé décroît jusqu'à ce qu'il ait atteint la valeur correspondant à peu près au fonctionnement synchrone du moteur (en effet le moteur n'était chargé que par la suite).

On modifie alors la fréquence d'alimentation et on augmente la tension. Le moteur "suit" et sa vitesse augmente. On répète la même opération jusqu'à obtention de la fréquence désirée.



- Fig. III-3 -

1.4.2 - Mesures.

- Mesure de la fréquence.

Il nous est apparu que la façon la plus commode de procéder était celle qui consistait à travailler à des valeurs de la fréquence sous multiples simples de la fréquence du réseau, 50 Hz. Une simple courbe de Lissajous permet alors de fixer et de contrôler très facilement la fréquence délivrée.

- Grandeurs électriques et mécaniques.

Une fois atteinte la fréquence de travail, on chargeait le moteur pour étudier ses caractéristiques.

Pour charger le moteur nous avons monté en bout d'arbre une dynamo frein balance à excitation indépendante.

Au moyen de poids on équilibre le couple électromagnétique de la génératrice, donc le couple utile délivré par le moteur.

Les mesures électriques faites sur le moteur, V , I , W au stator l'ont été au moyen d'appareils électromagnétiques d'utilisation prévue dans une gamme de fréquence $5 < f < 50$ Hz. Notre étude ayant porté surtout sur les fréquences inférieures à la fréquence nominale d'emploi (50 Hz), les appareils étaient donc adaptés.

La gamme d'étude en fréquence a été dictée par le fait qu'un moteur prévu pour une alimentation 50 Hz aura toujours à passer de la vitesse zéro ($f=0$) à sa vitesse nominale ($f = 50$ Hz) s'il est alimenté à fréquence variable, alors que son utilisation en survitesse ($f > 50$ Hz) sera beaucoup plus rare parce que dangereuse.

Le montage statorique est en principe équilibré. En fait on peut constater de légères variations d'une phase à l'autre (de l'ordre de 2 %). Pour tenir compte de ces différences, plutôt que d'utiliser une méthode propre à la mesure de puissance en montage équilibré, nous avons utilisé un montage où les appareils de mesures commutaient d'une phase à l'autre. Nous avons ainsi la tension, le courant et la puissance active dans chacune des phases.

La somme de ces trois mesures donnait les résultats globaux. On vérifiait alors, à chaque mesure, que l'équilibre était respecté dans les limites ci-dessus définies.

1.5 - Résultats

Les résultats obtenus ont été portés sous forme de graphiques où on lit, en fonction du glissement et pour une fréquence d'alimentation, les puissance absorbée

puissance utile

courant absorbé

rendement

$\cos \varphi$

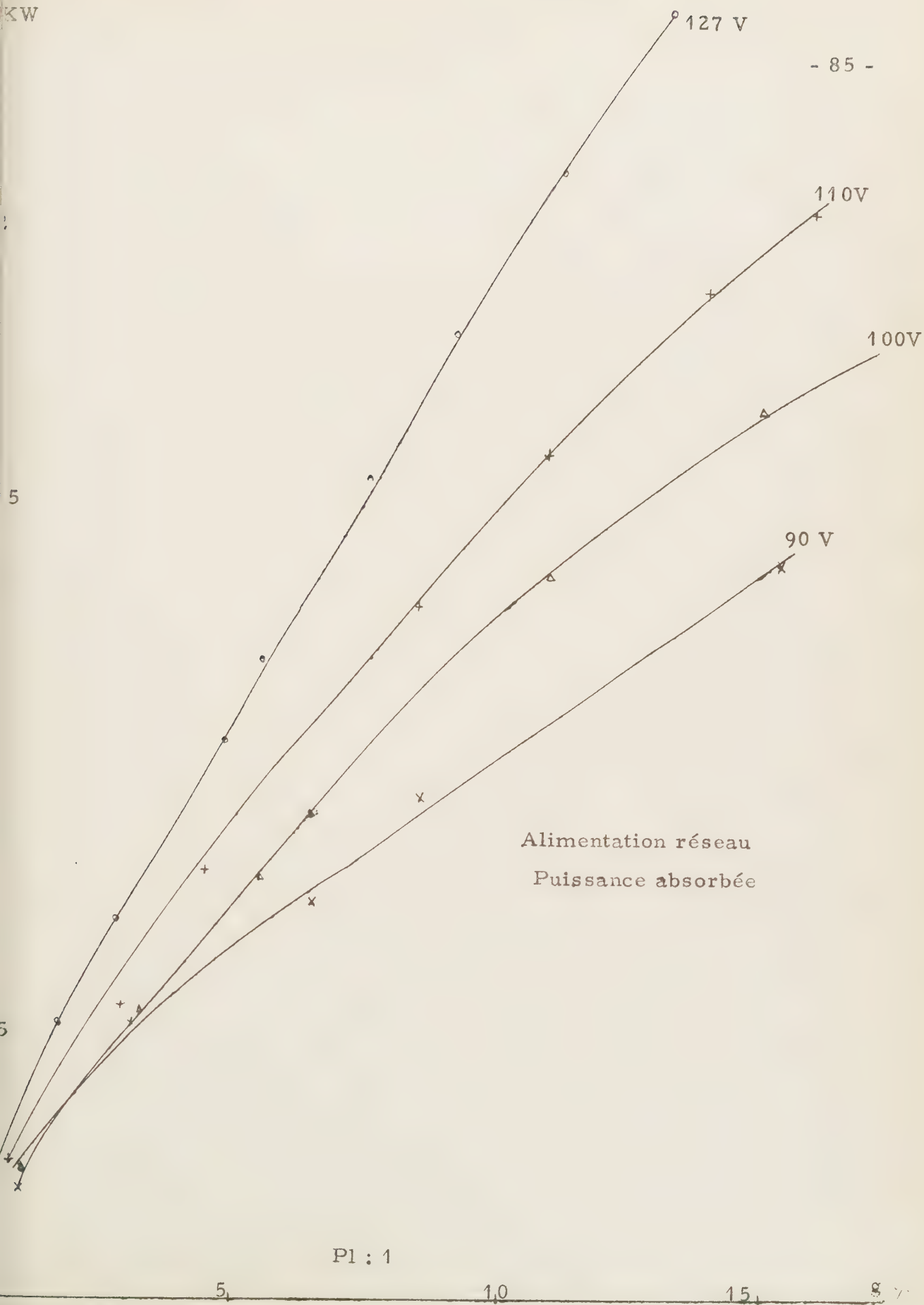
pour différentes tensions d'alimentation.

Planches 1 à 25

Pa
KW

5

5



Pu
KW

- 86 -

2

1.5

0.5

Alimentation réseau

Puissance utile

127 V

110 V

100 V

x 90 V

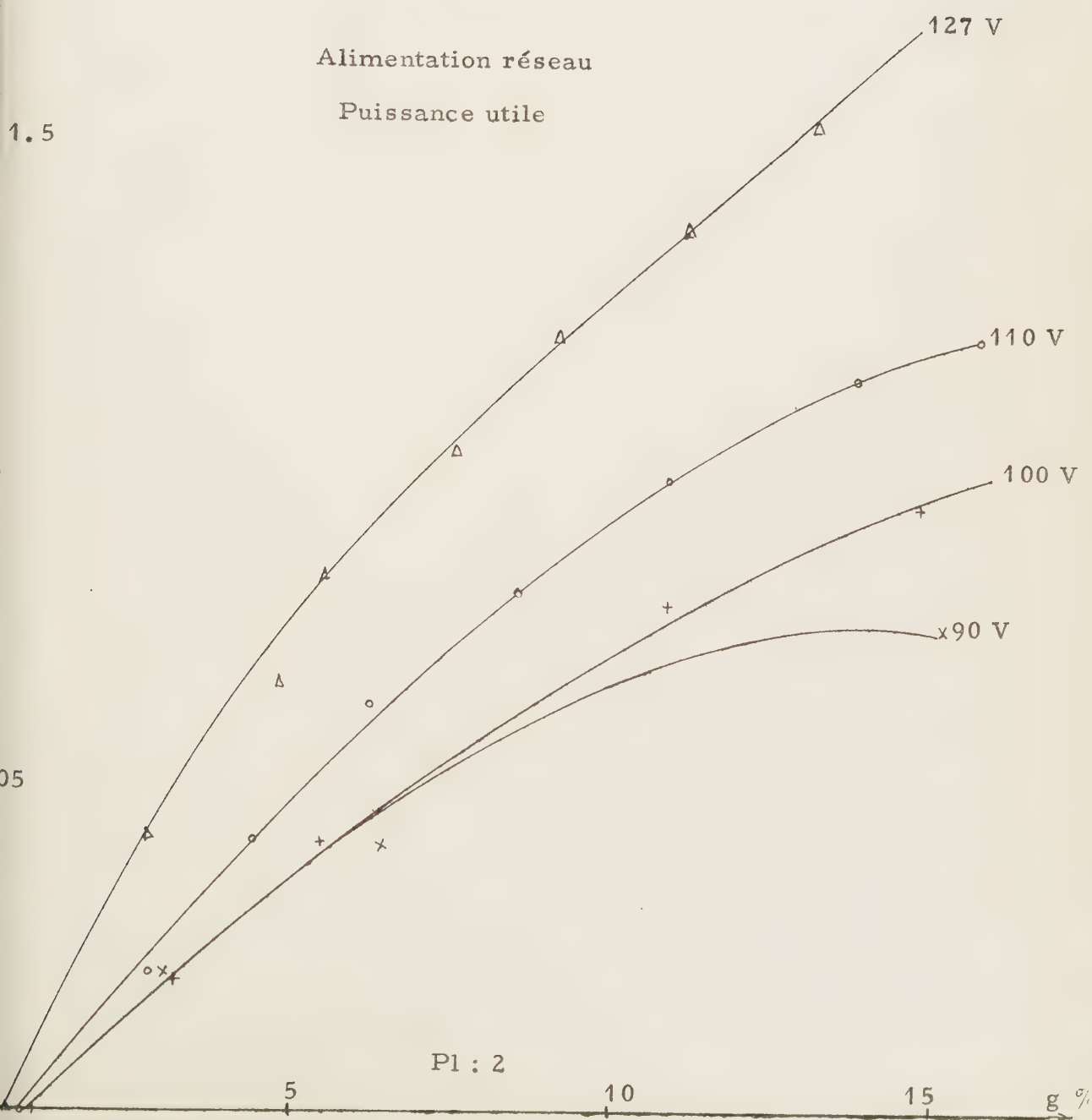
P1 : 2

5

10

15

g %





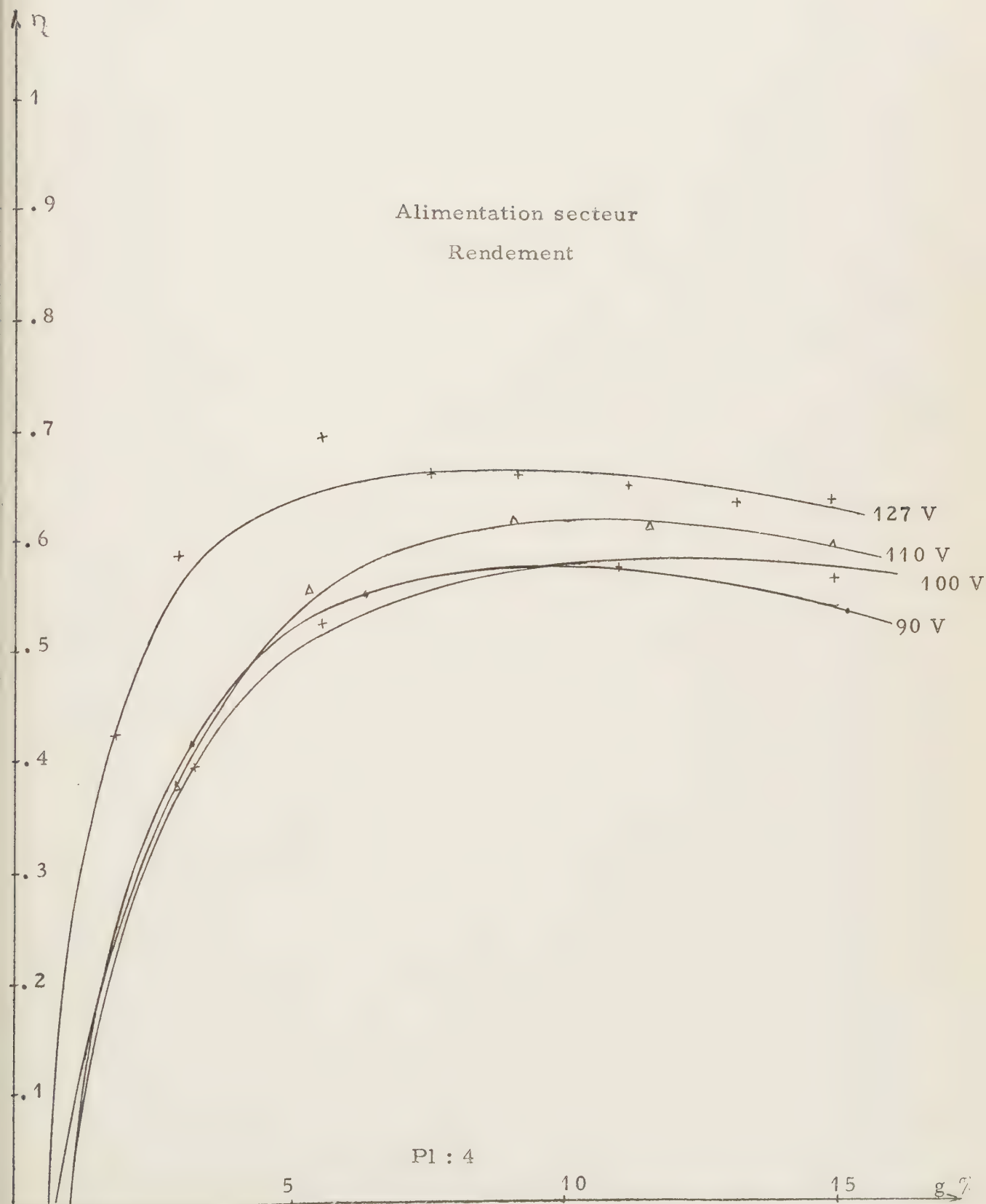
P1 : 3

5

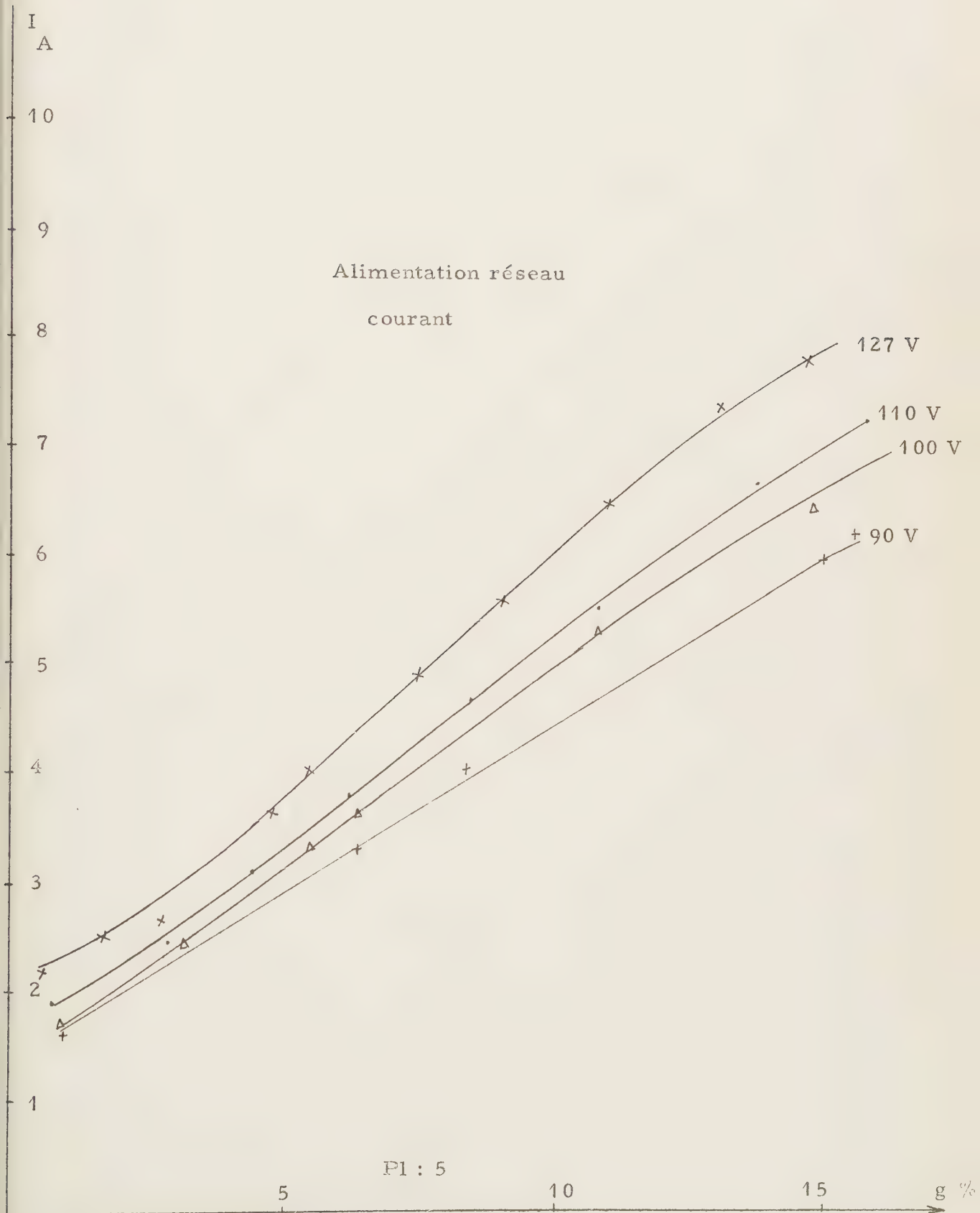
10

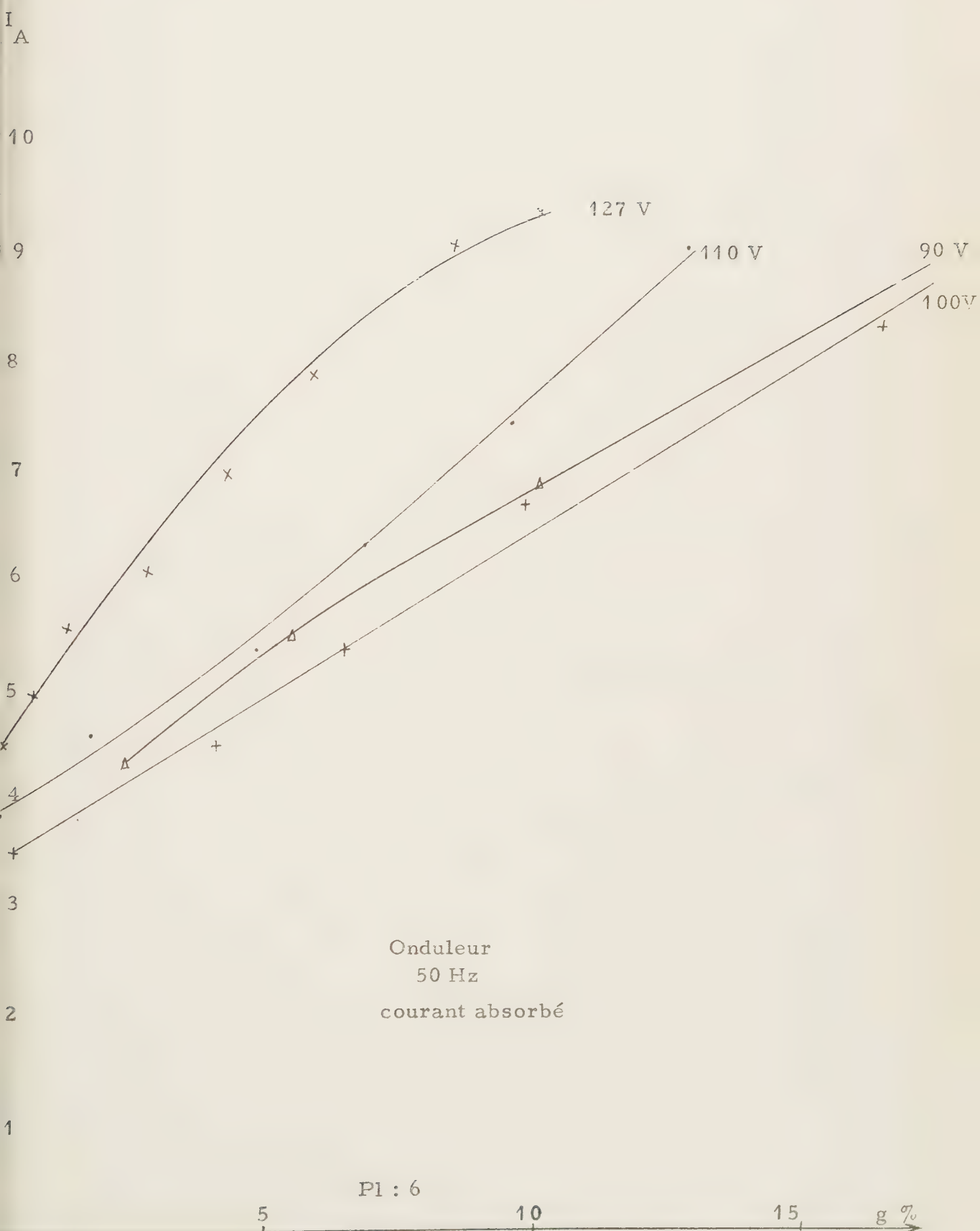
15

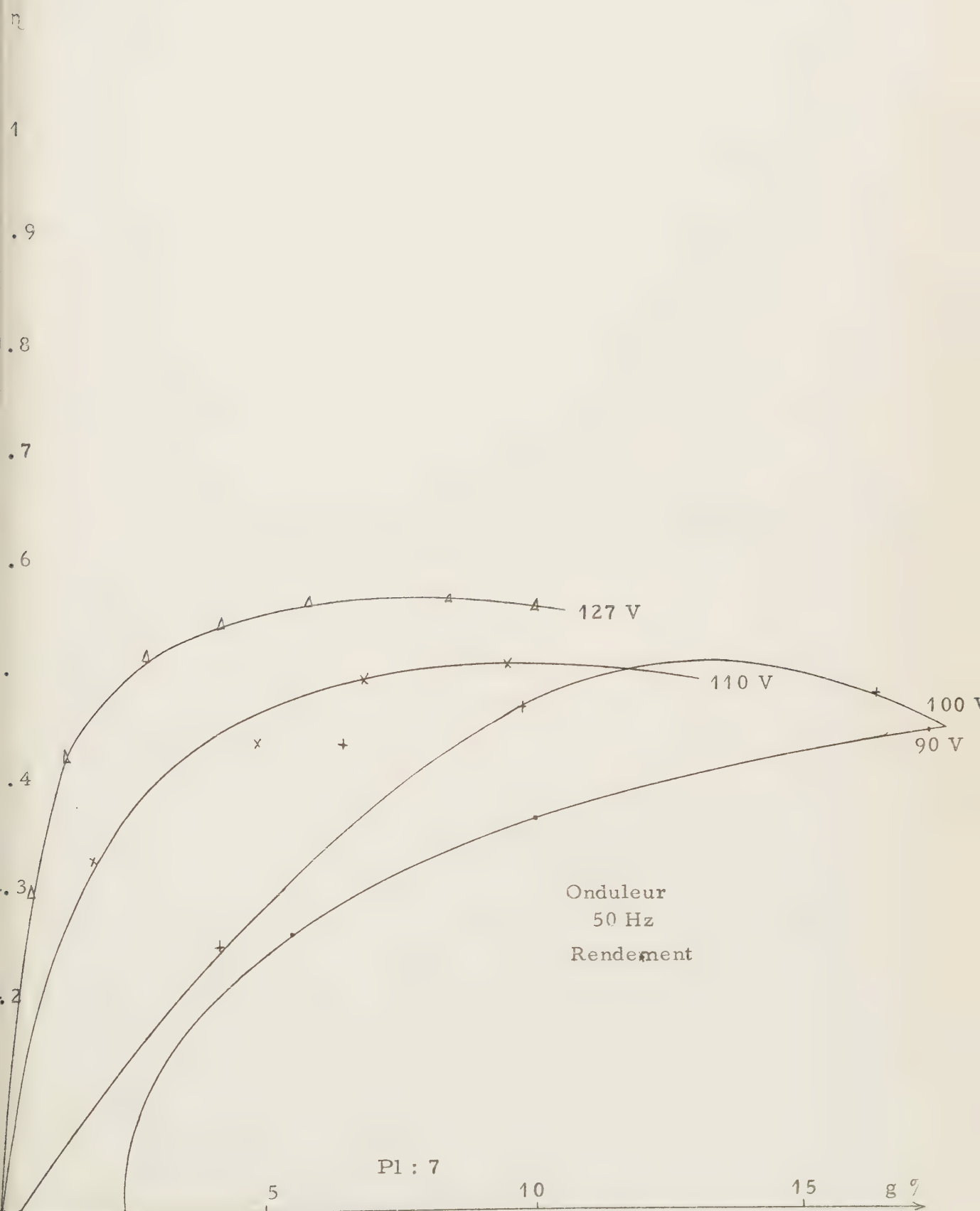
g



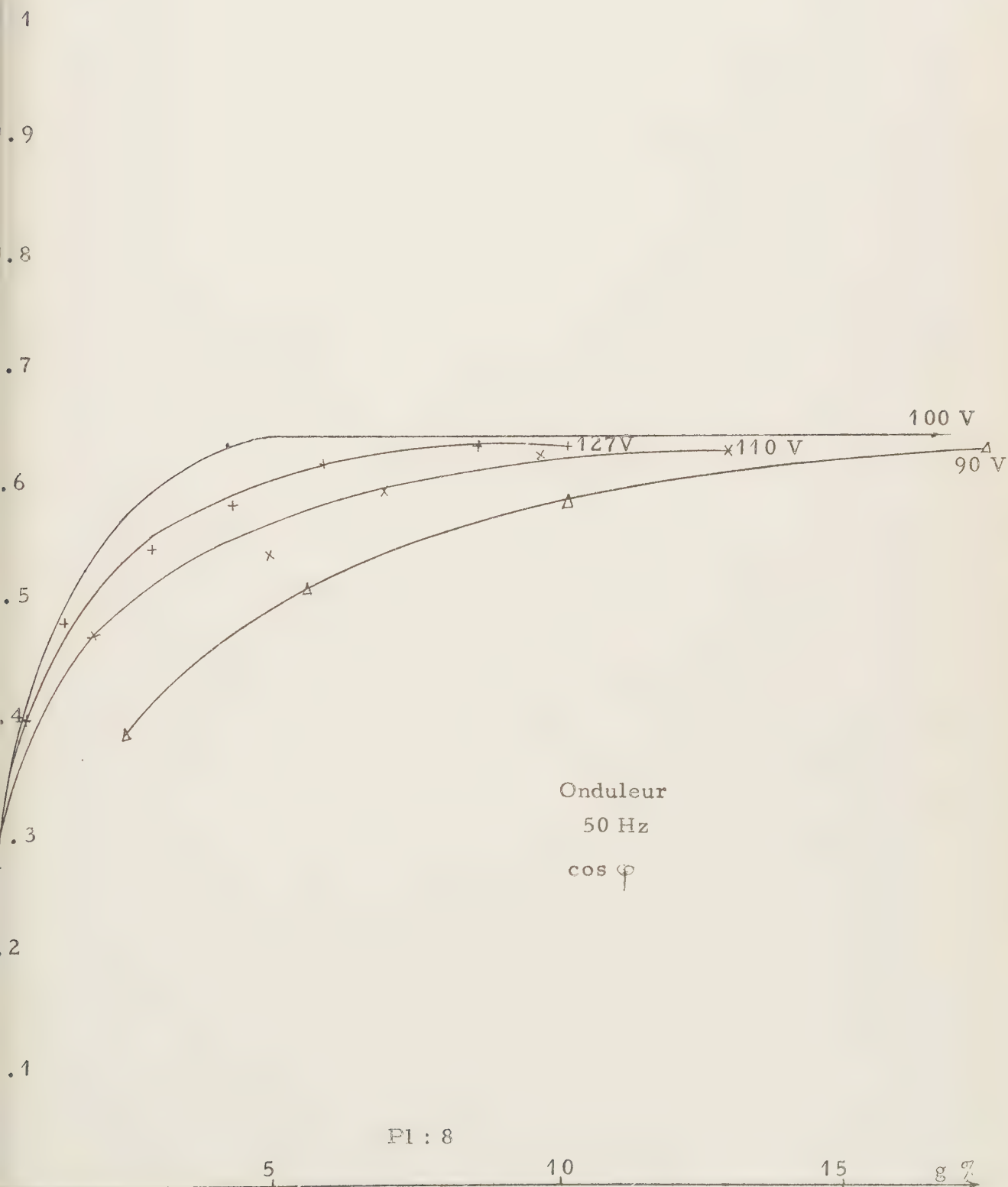








cos φ



P_u
KW

2

1.5

1

.5

Onduleur

50 Hz

Puissance utile

127 V

110 V

100 V

90V

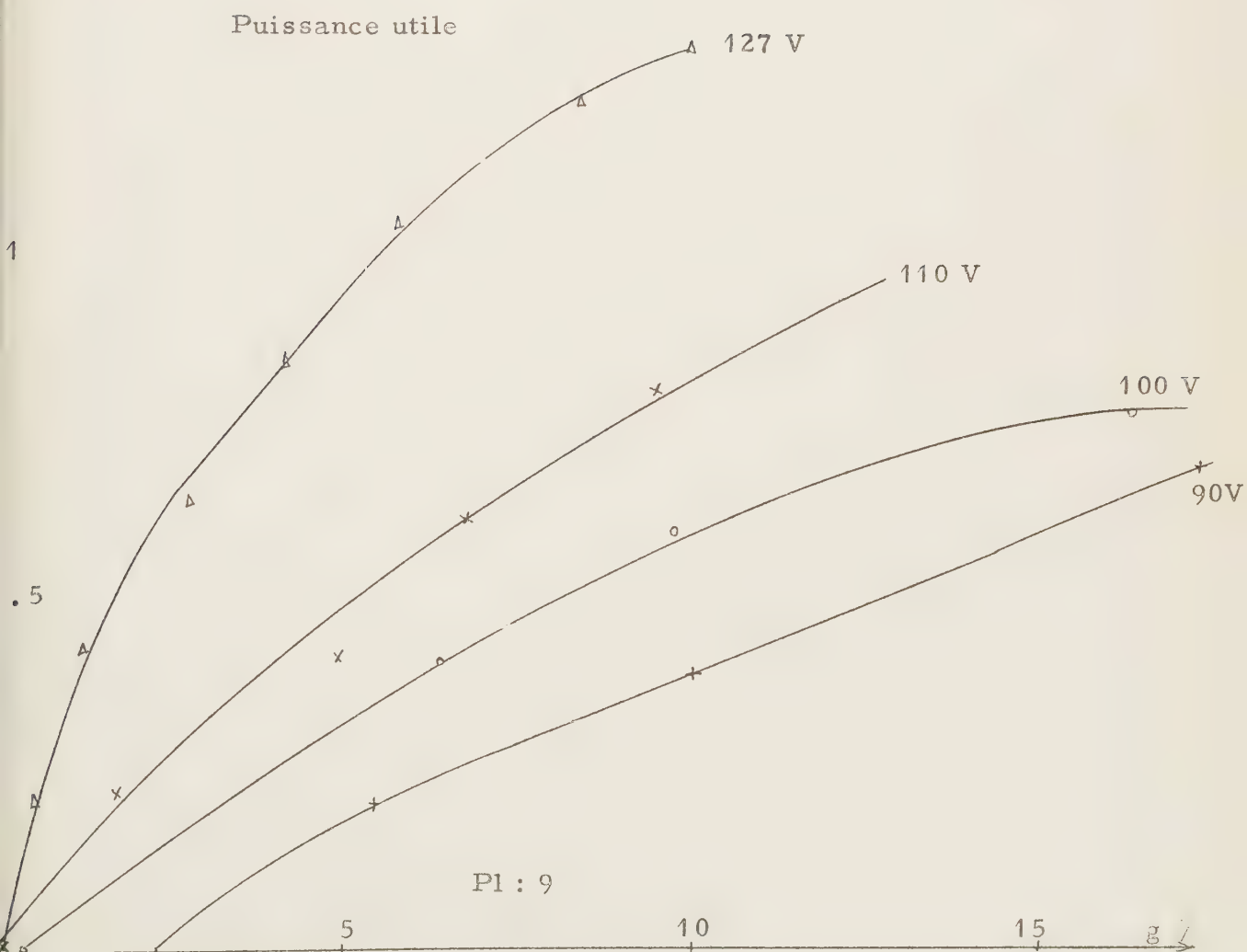
P1 : 9

5

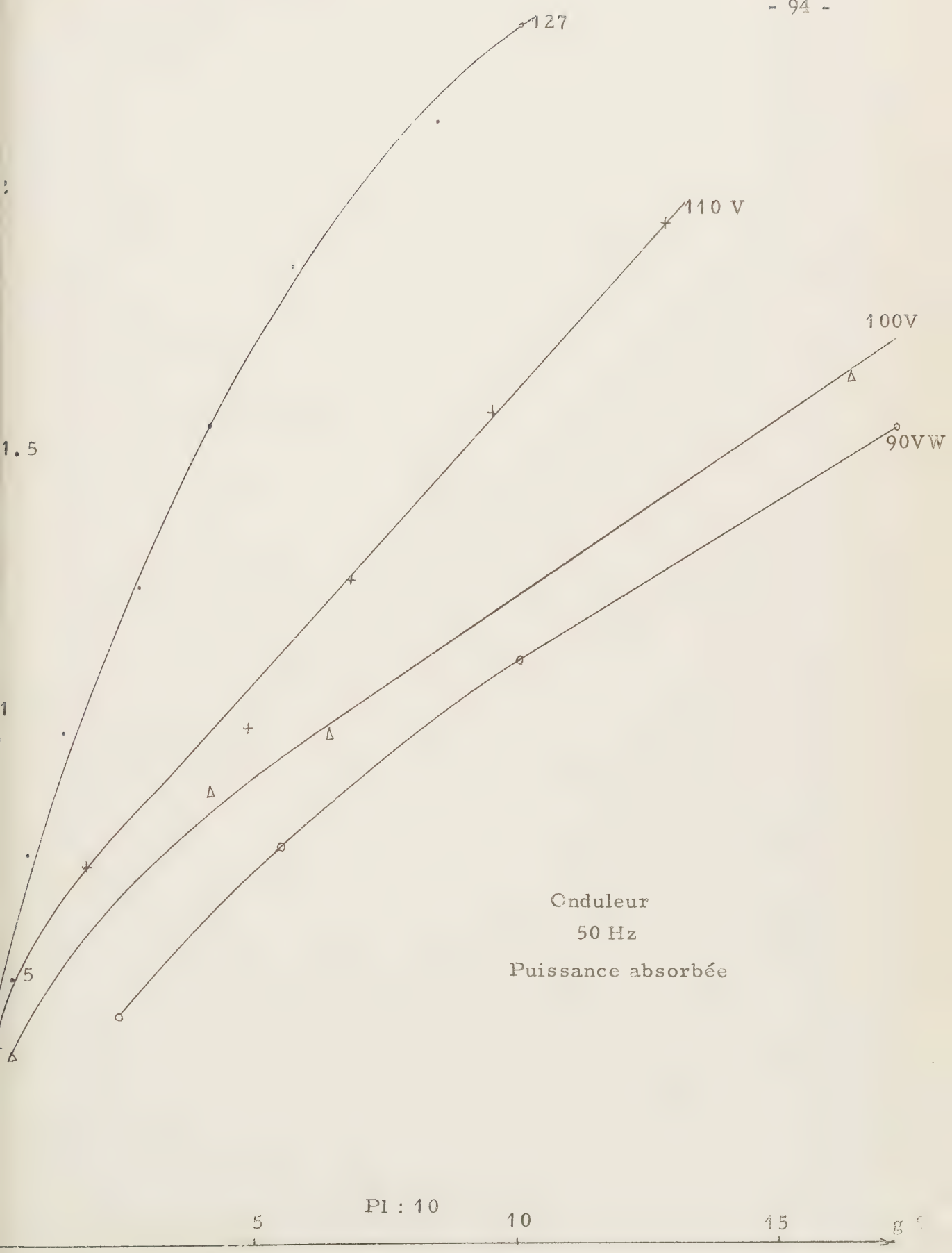
10

15

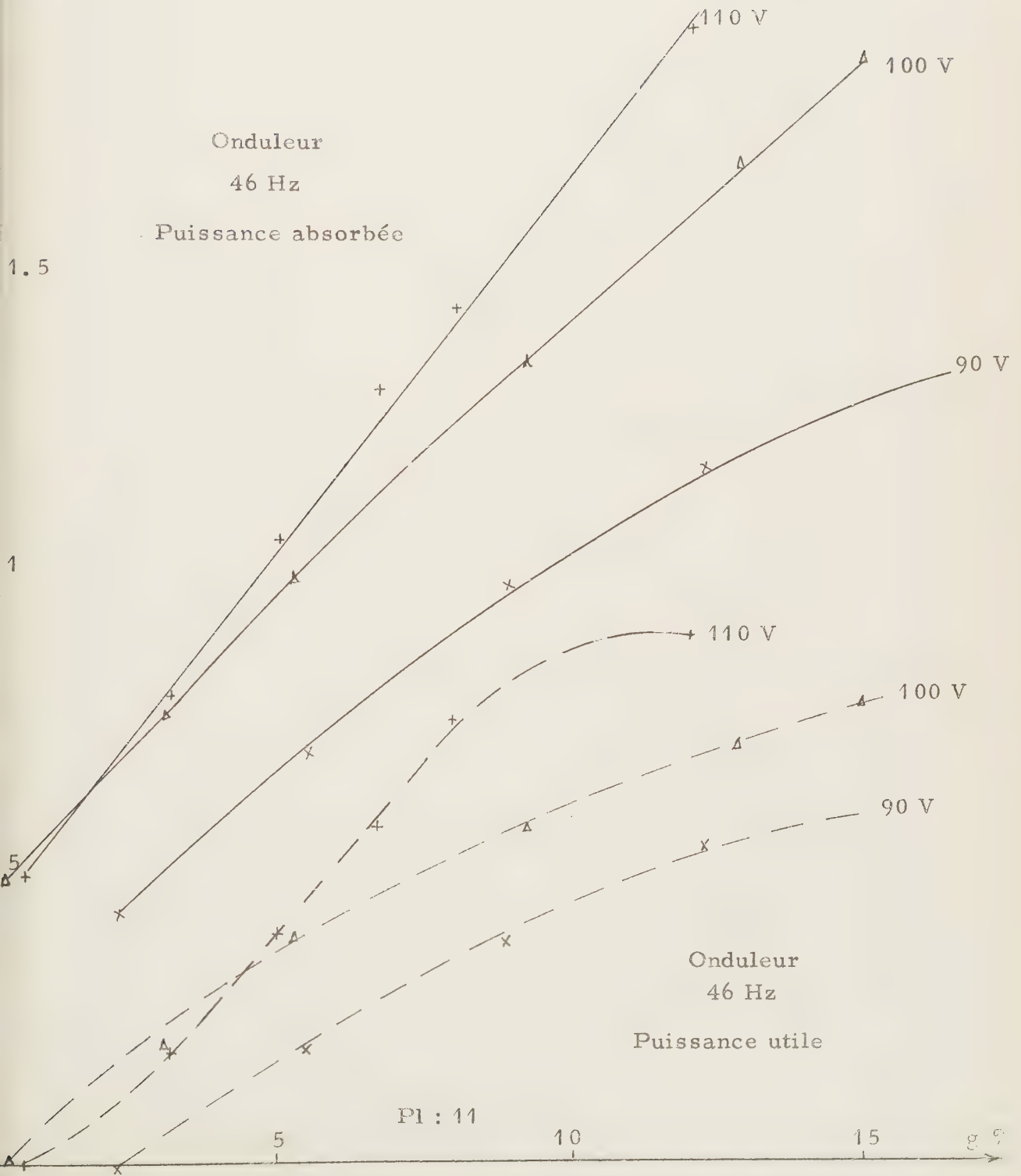
g



P_a
KW



P
KW



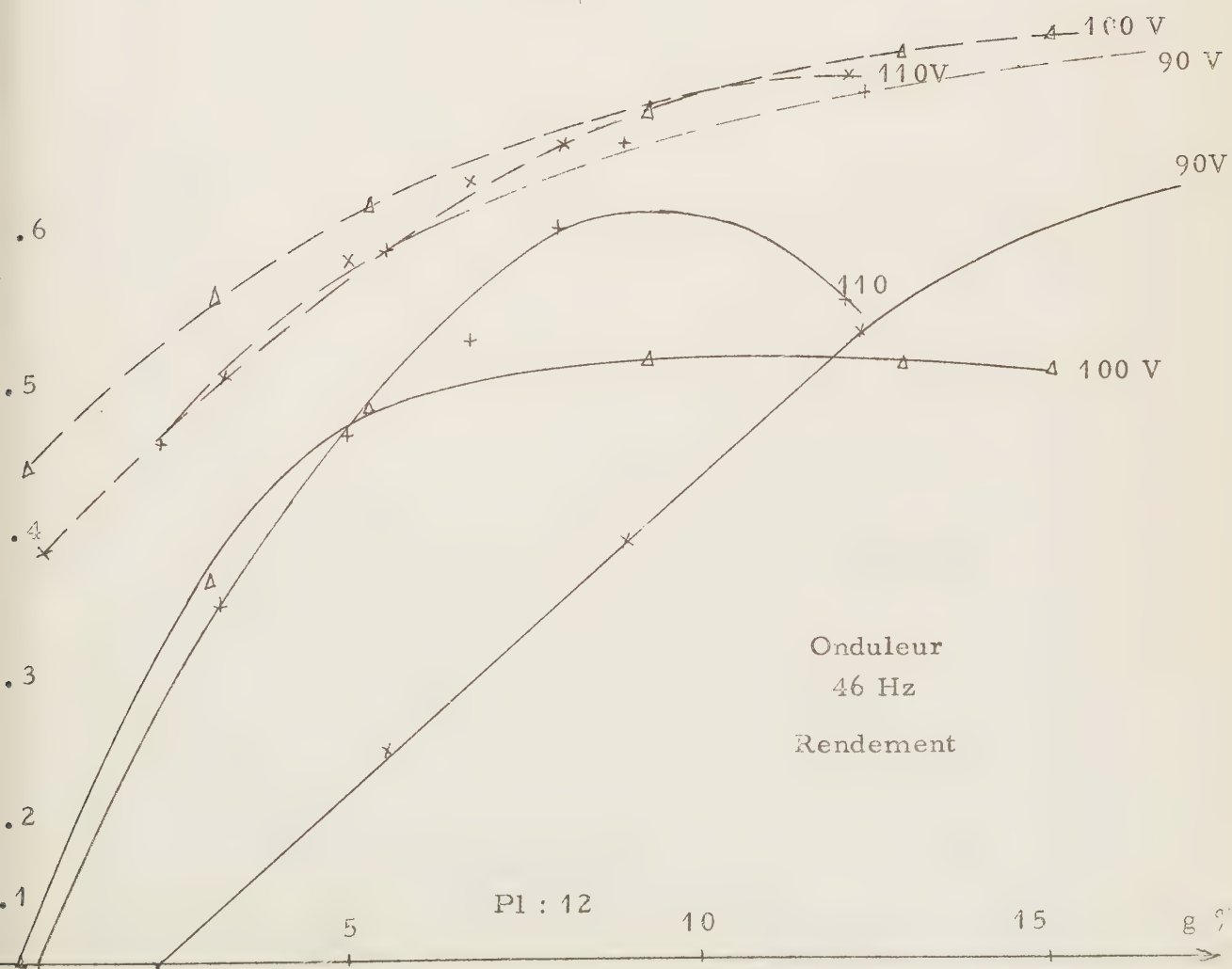
$\cos \varphi$

1

0.8

Onduleur
46 Hz

$\cos \varphi$



Onduleur
46 Hz

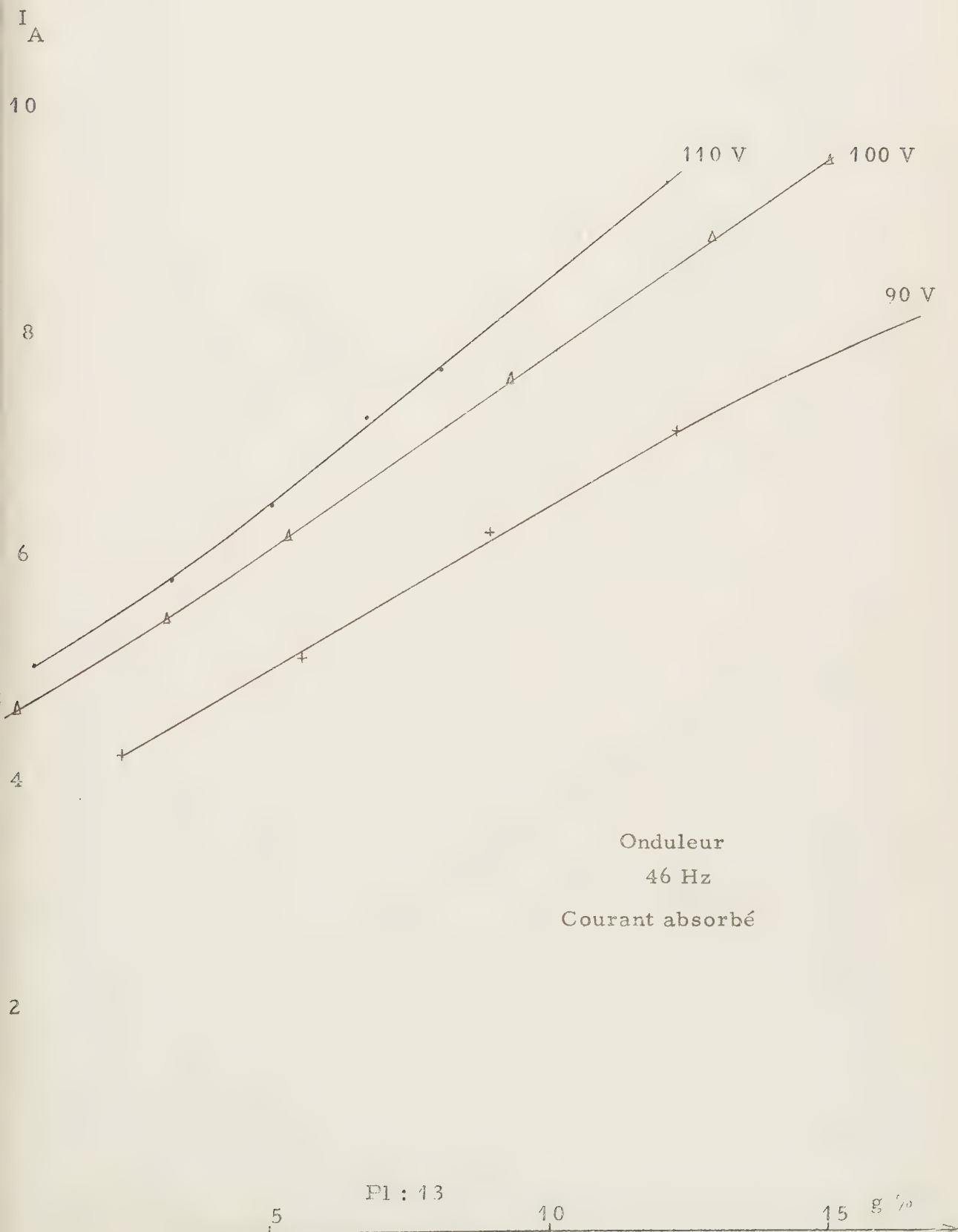
Rendement

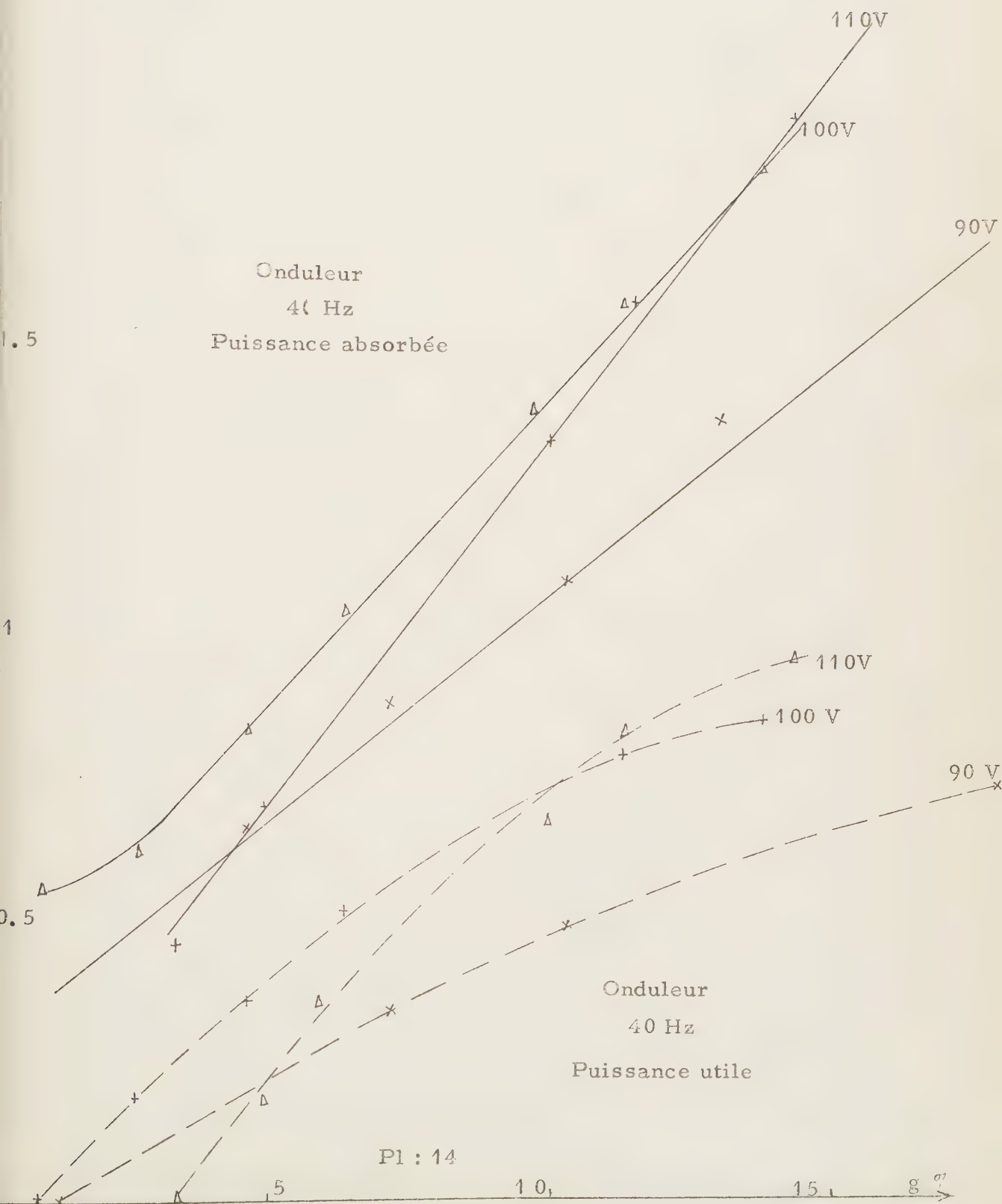
P1 : 12

10

15

g





$\cos \varphi$

1

8

.6

.4

.2

Onduleur

40 Hz

$\cos \varphi$

110V

100V

90V

110V

100V

90 V

Onduleur

40 Hz

Rendement

P1 : 15

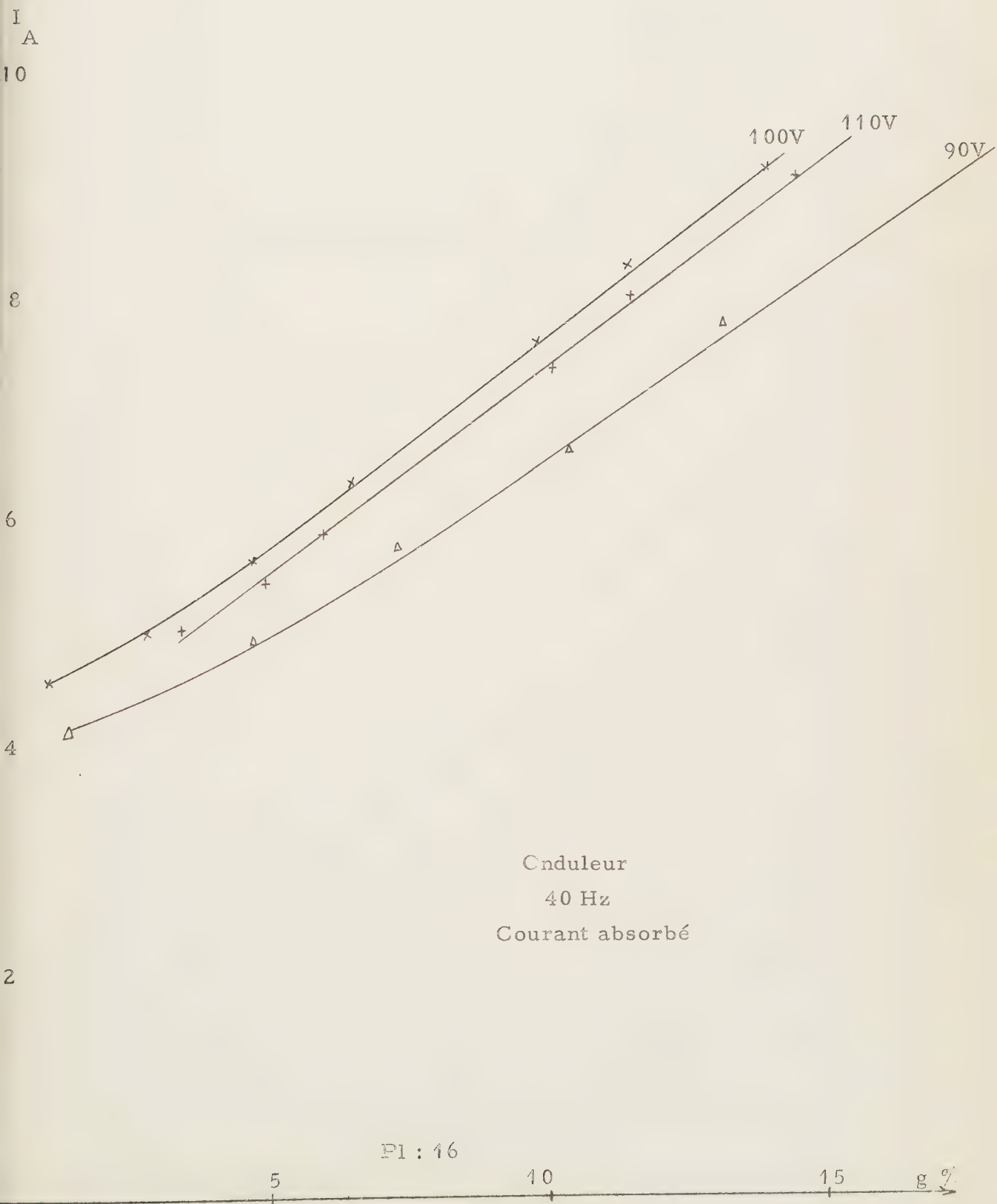
5

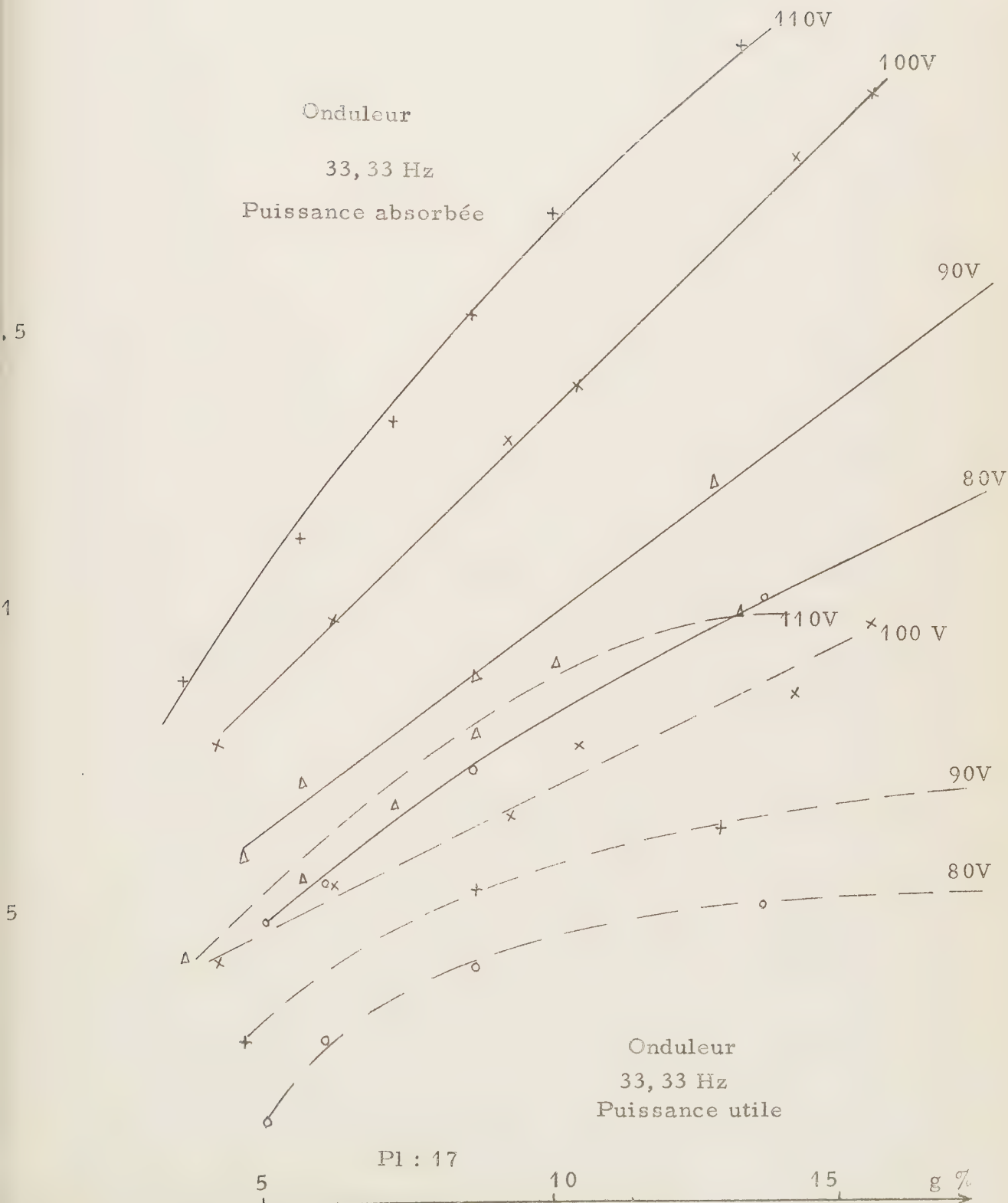
10

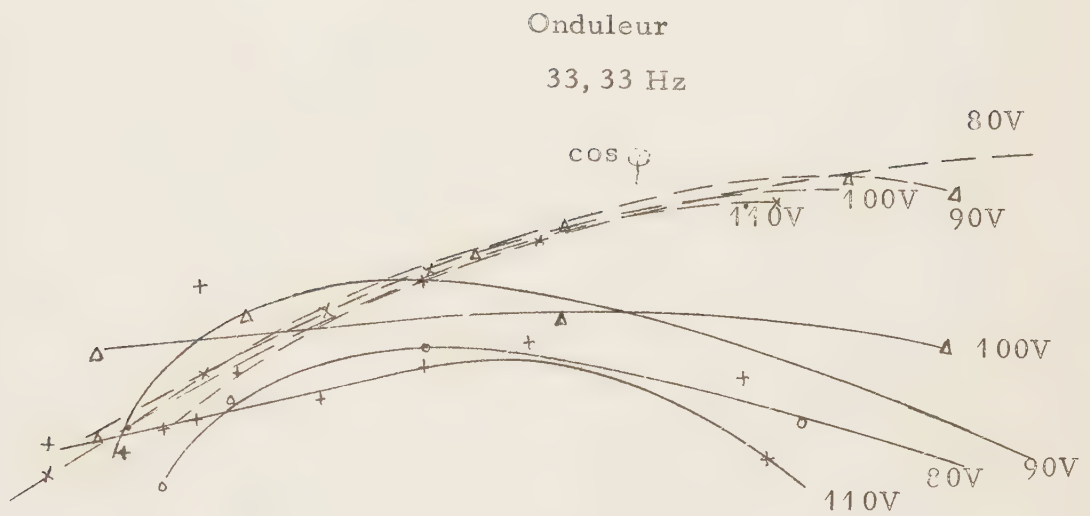
15

g %









Onduleur
33,33 Hz
Rendement

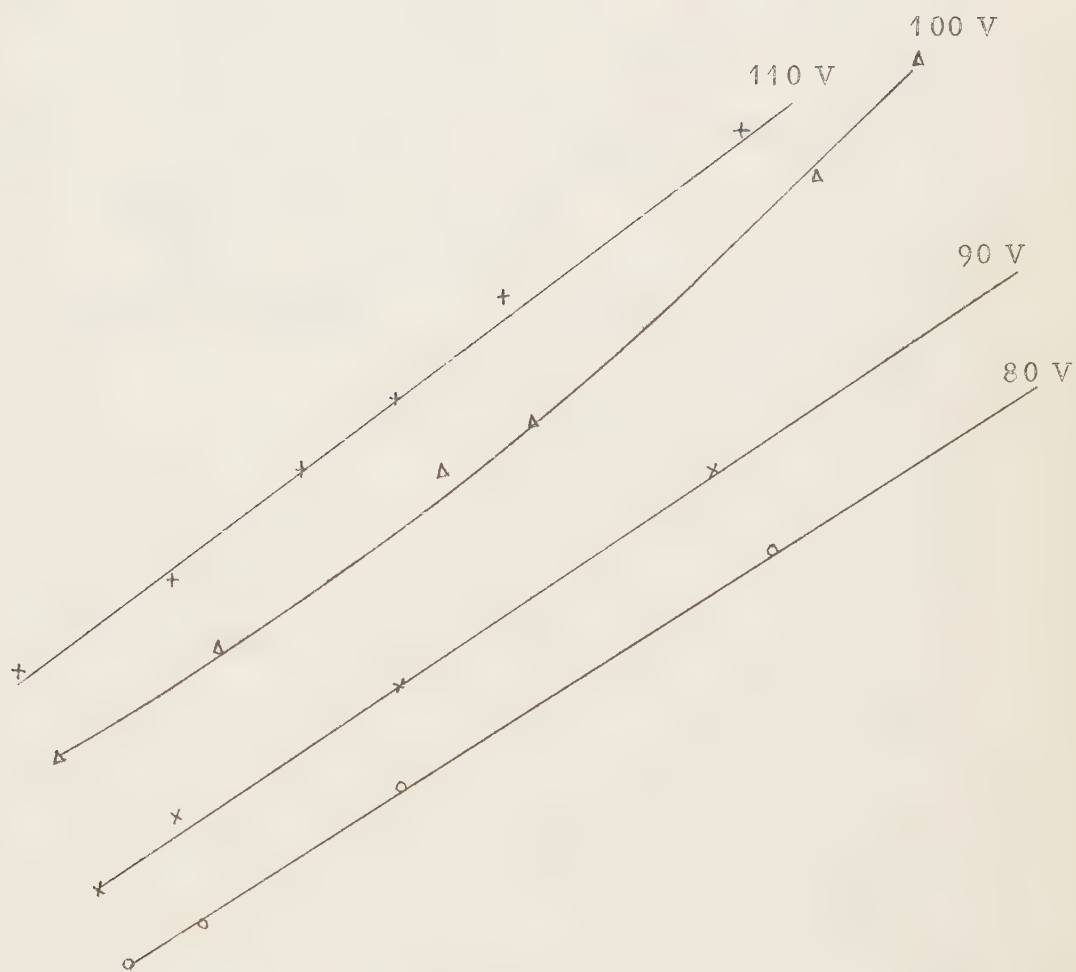
P1 : 10

5

10

15

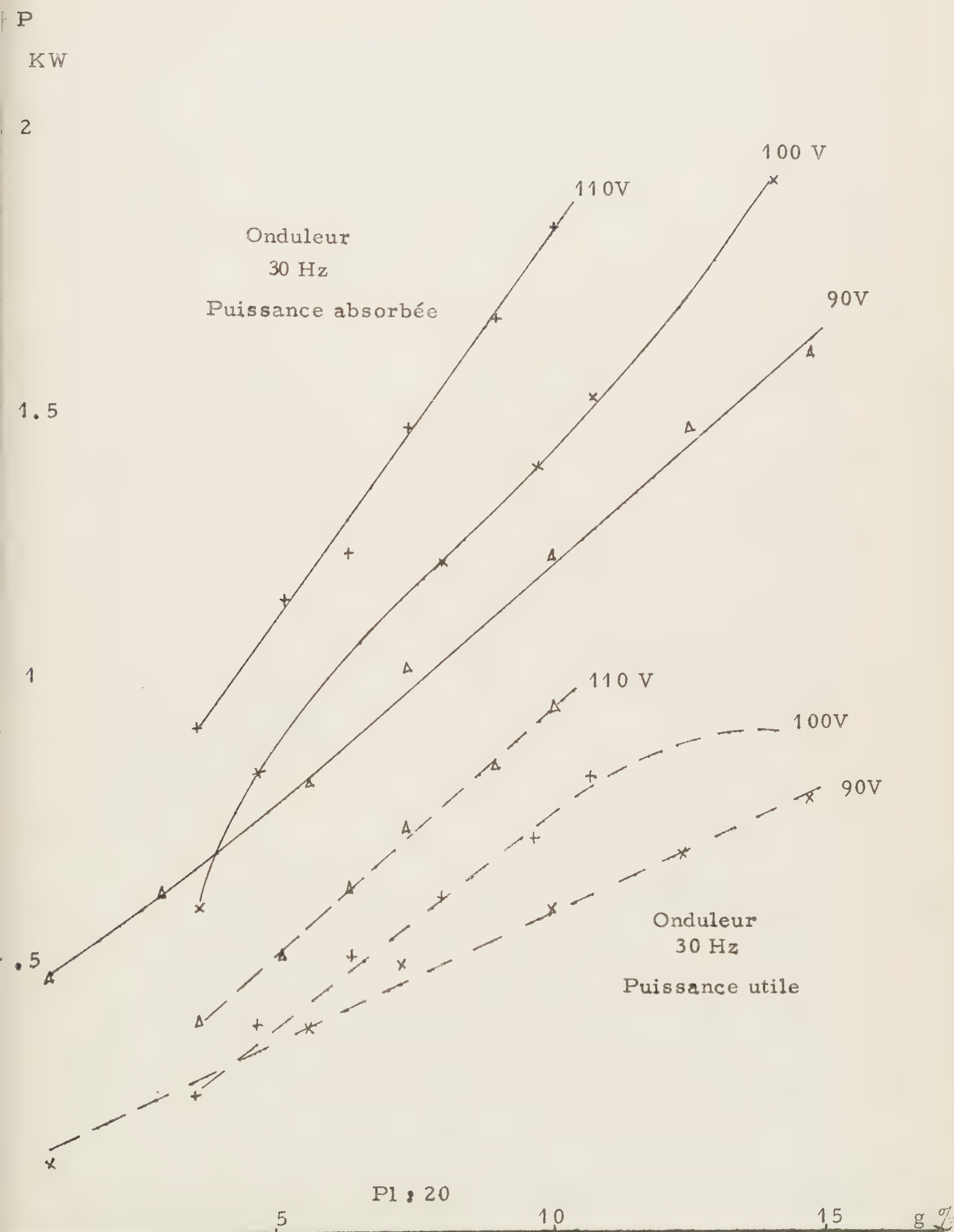
g %



Onduleur
33, 33 Hz
Courant

Pl : 19

5 10 15 g %



2
cos φ

1

.8

.6

.4

.2

Onduleur
30 Hz

cos φ

100 V

90 V

110V

110V

90 V

100 V

Onduleur
30 Hz

Rendement

P1 ; 21

5

10

15

g %



I_A

0

8

6

4

2

100V

110V

90V

Onduleur

30 Hz

Courant

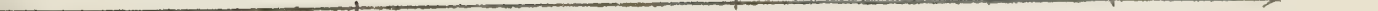
P1 : 22

5

10

15

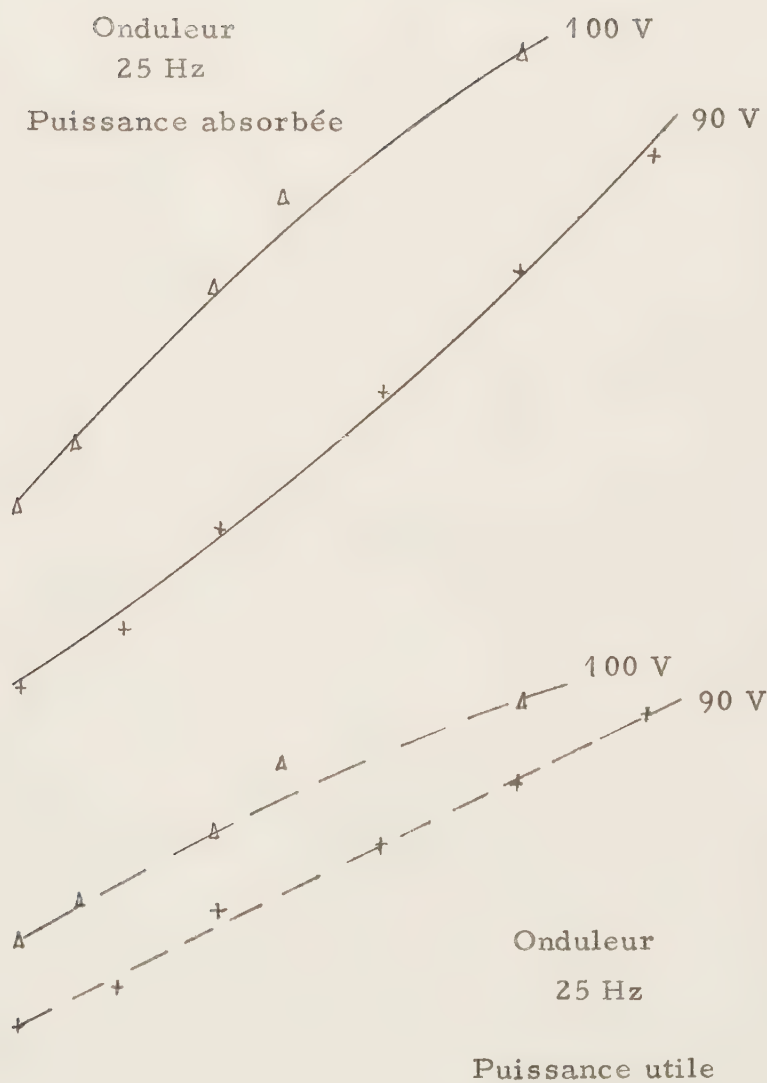
g %



KW

5

5



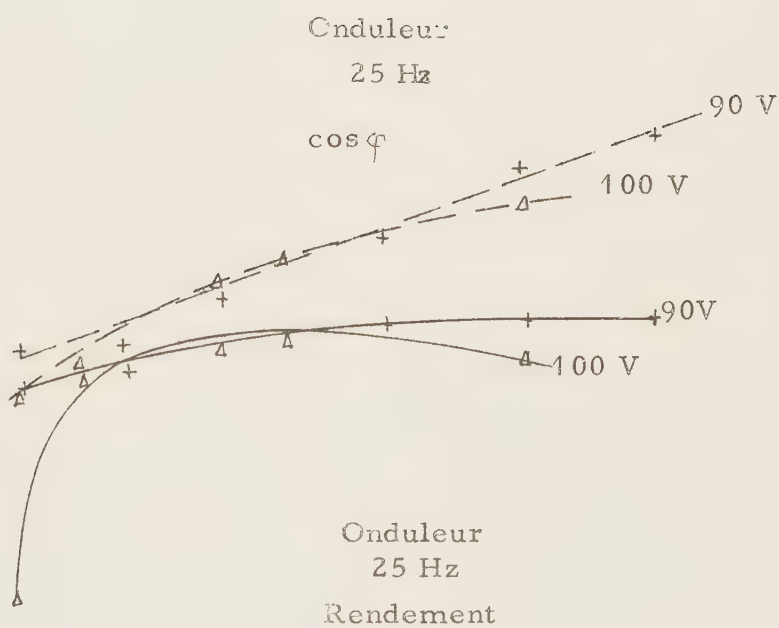
P1 : 23

5

10

15

g



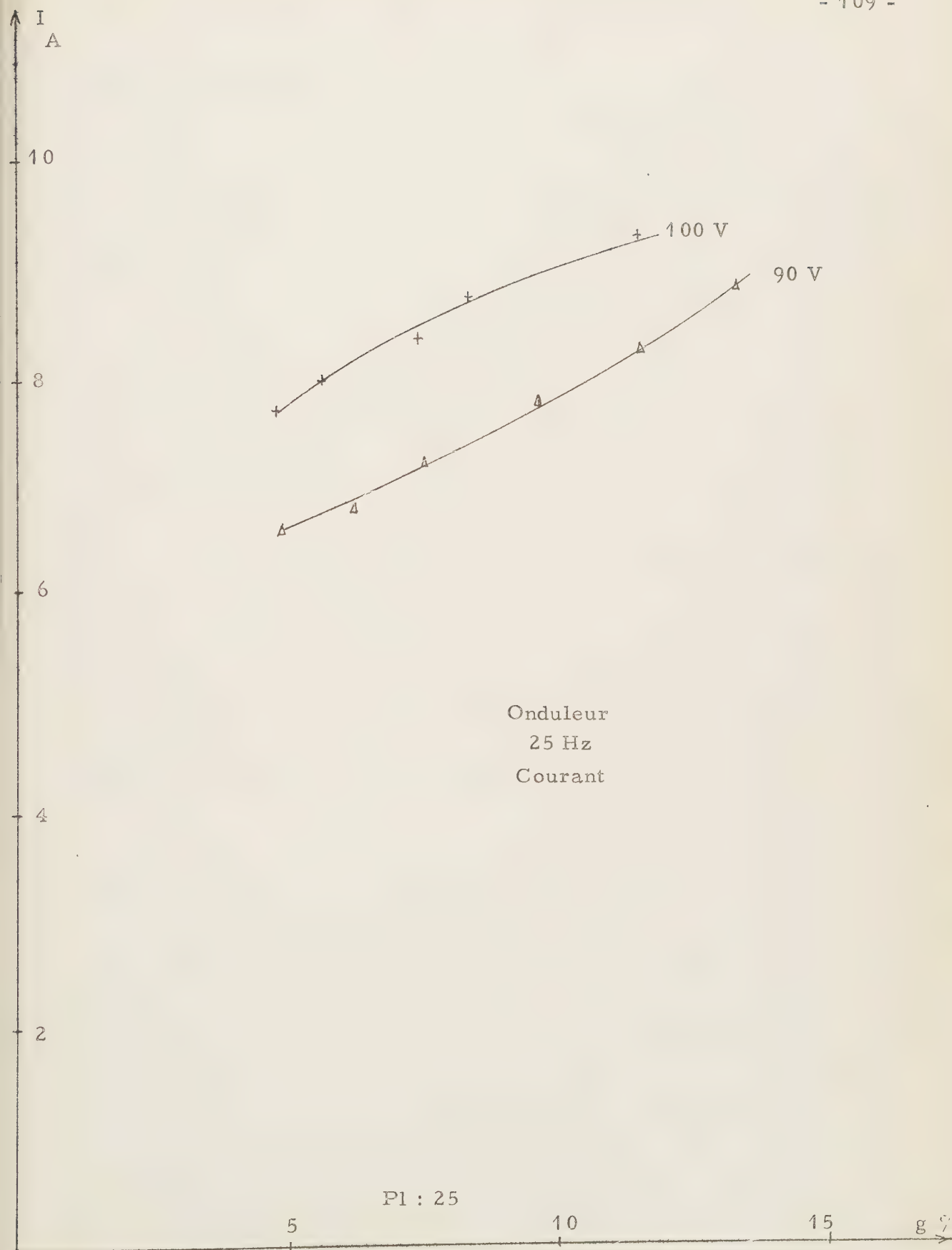
F1 : 24

5

10

15

g



2 - Etude tétraphasée.

2.1 - Connexions.

On connecte les enroulements de la machine de façon à obtenir une distribution statorique tétraphasée étoilée équilibrée. La séquence de bobinage est alors la suivante :

$$S_1 - 16/16-17/17-15/15-12/12-11/11-6$$

$$S_2 - 0/0-1/1-5/5-7/7-4/4-6$$

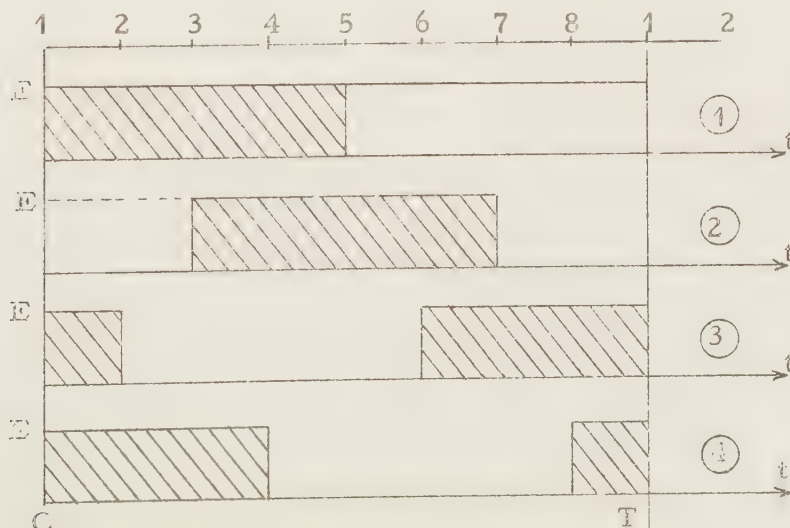
$$S_3 - 13/13-14/14-21/21-20/20-18/18-19$$

$$S_4 - 8/8-9/9-10/10-3/3-2/2-19$$

Elle est évidemment obtenue à partir de la distribution diphasée en reliant les points milieux 6 et 19.

2.2 - Obtention de tétraphasé.

Pour les raisons déjà exprimées dans le précédent paragraphe et pour tenir compte de la structure de l'alimentation (cf remarque ci-dessous) nous partons d'une fréquence $8f$ suivant le schéma :



- Fig. III. 4 -

Les huit impulsions de commande correspondent donc à la séquence suivante :

Pulse	1	2	3	4	5	6	7	8
Fonction	01	F3	02	F4	F5	03	F2	04
Thyristor	1	3'	2	4'	5'	3	2'	4

Remarque :

Nous avons adopté des tensions en créneaux de durée égale à une demi-période. Pour obtenir un système tétraphasé équilibré les déphasages entre les tensions devraient être de $k \frac{\pi}{2}$ ($k = 1, 2, 3$). Or ceci correspondrait à deux opérations au même instant, l'une d'allumage d'un thyristor (début d'un créneau) l'autre d'extinction d'un autre thyristor (fin du créneau correspondant). Il faudrait donc que la même impulsion soit appliquée à deux gâchettes différentes ou que l'on puisse obtenir deux impulsions au même instant. La commande utilisée ne le permettait pas.

Nous avons donc tourné la difficulté en "décalant" légèrement les déphasages, ce qui justifie l'utilisation d'une fréquence $8f$ alors qu'en toute rigueur une fréquence $4f$ aurait suffi. Le système de tensions ainsi obtenu n'est plus parfaitement équilibré, mais les altérations de la forme de la tension rendent la notion de créneau bien imprécise et il apparaît que pour l'utilisation que nous en avons fait la tension ainsi obtenue pouvait être considérée comme équilibrée.

Application à la machine.

Le développement en série de Fourier de la tension dans la phase de référence est le même que dans le cas du stator triphasé. Le système des tensions s'obtient par introduction des déphasages.

$$V_1^s = \frac{2E}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} + \cos \omega t + \frac{\cos 5 \omega t}{5} + \dots + \frac{(-1)^k}{2k+1} \cos (2k+1) \omega t + \dots \right]$$

$$V_2^s = \frac{2E}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} + \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) + \dots + \frac{(-1)^k}{2k+1} \cos (2k+1) \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) + \dots \right]$$

$$V_3^s = \frac{2E}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} + \cos \left(\omega t - \frac{5\pi}{4} \right) + \dots + \frac{(-1)^k}{2k+1} \cos (2k+1) \left(\omega t - \frac{5\pi}{4} \right) + \dots \right]$$

$$V_4^s = \frac{2E}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} + \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right) + \dots + \frac{(-1)^k}{2k+1} \cos (2k+1) \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right) + \dots \right]$$

2.3 - Equations de la machine tétraphasée.

L'analyse des harmoniques non prohibés par ce montage conduit à retenir :

- le fondamental qui produit un couple fixe
- les harmoniques 3, 5, 9, 11, 13 qui correspondent à une consommation statorique. En effet ils ne vérifient pas les équations $n(n+1) = kQ$ et donc n'induisent pas de courant au stator.
- les harmoniques 7 et 15 qui induisent des courants rotoriques et produisent des couples fluctuants.
- etc...

Nous limitons cette étude à l'harmonique 15 ce qui se justifie par la diminution très rapide des effets harmoniques (voir chapitre triphasé).

2.3.1 - Equations.

Reprenons les trois formes d'équations différentes pour les trois catégories mises en évidence.

$n = 1$ Les équations donnant le flux sont :

$$\Psi_1^s = l_{41}^s i_{1,1}^s + \frac{L_{041}^s I_1^s \sqrt{2}}{2} \cos \left[\omega t - \varphi_1^s - (1-1) \frac{\pi}{2} \right] + \frac{M_{4Q}^{sr} I^r \sqrt{2}}{2} \cdot 21 \dots$$

$$\dots \cos \left[\theta_o + \omega t - \varphi_1^r - (1-1) \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\Psi_m^r = \frac{M_{4Q}^{sr} I^s \sqrt{2}}{2} \cdot 4 \cdot \cos \left[\theta_o - g\omega t + \varphi_1^s + (m-1) \frac{2\pi}{21} \right] + l_{21}^r i_{m,1}^r + \frac{L_{021}^r I^r \sqrt{2}}{2} \cdot 21 \dots$$

$$\dots \cos \left[g\omega t - \varphi_1^r - (m-1) \frac{2\pi}{21} \right]$$

Ces relations conduisent à des équations électriques qui se mettent sous la même forme que celles obtenues pour le triphasé et qui sont classiques.

Le couple fondamental est :

$$\Gamma_{e1} = - \frac{4 \cdot 21}{2} I^s I^r M_{4,21}^{sr} \frac{\partial \theta}{\partial \phi} \sin (\theta_o + \varphi_1^s - \varphi_1^r)$$

Tous ces résultats sont obtenus à partir des équations générales (Ch II) par simple transposition.

$n = 3, 5, 11, 13 \dots$

Ces harmoniques ne donnent pas naissance à des courants induits au rotor. On a donc, pour chacun d'eux, des équations de flux de la forme :

$$\psi_{1,n}^s = l_{1,n}^s i_{1,n}^s + \frac{L_{0,1}^s I_n^s \sqrt{2}}{2} \cdot 4 \cdot \cos \left[\pm n (\omega t - \varphi_n^s) - (1-1) \delta^s \right]$$

$$\psi_{m,n}^r = \frac{M_{4,21}^{sr} I_n^s \sqrt{2}}{2} \cdot 4 \cdot \cos \left[n (\theta_{on} - g_n \omega t + \varphi_n^s + 2\delta) + (m-1) \delta_n^r \right]$$

$\delta = 1$ si $n-1 = kP$
 $\delta = 0$ si $n+1 = kP$

Il n'y a pas de couple correspondant.

$n = 7, 15 \dots$

Ces harmoniques induisent courants et tensions au rotor et créent des couples fluctuants.

Les expressions des flux sont :

$$\psi_{1,n}^s = l_{1,n}^s i_{1,n}^s + \frac{L_{0,1}^s I_n^s \sqrt{2}}{2} \cdot 4 \cdot \cos \left[-n (\omega t - \varphi_n^s) - (1-1) \delta^s \right] + \frac{M_{4,21}^{sr} I_n^r \sqrt{2}}{2} \cdot 21 \dots$$

$$\dots \cos \left[n (\omega t - \varphi_n^r + \theta_{on}) - (1-1) \delta^s \right]$$

$$\psi_{m,n}^r = \frac{M_{4,21}^{sr} I_r^s \sqrt{2}}{2} \cdot 4 \cdot \cos \left[n (\theta_{on} - g_n \omega t + \varphi_n^s) + (m-1) \delta_n^r \right] + l_{m,n}^r i_{m,n}^r + \frac{L_{0,21}^r I_r^r \sqrt{2}}{2} \cdot 21 \dots$$

$$\dots \cos \left[n (g_n \omega t - \varphi_n^r) + (m-1) \delta_n^r \right]$$

Les équations électriques correspondantes sont de même forme que celle obtenue pour le fondamental en triphasé.

Le couple est alors de la forme :

$$\Gamma_{en} = - \frac{4,21}{2} I_n^s I_n^r M_{4,21}^{sr} \frac{\partial \theta_n}{\partial \phi_n} \sin n \left[\theta_{on} + 2\omega t - (\varphi_n^s + \varphi_n^r) \right]$$

On voit que ce couple tourne à la vitesse $2n\omega$. Il introduira donc des oscillations sur le couple de démarrage de la machine et ensuite son effet s'annulera.

2.3.2 - Restrictions en fréquence.

D'après les résultats que nous venons d'énoncer il apparaît que comparé à celui du montage triphasé le comportement du montage tétraphasé est moins bon. En effet nous venons de voir que le couple dû à l'harmonique 7 est un couple fluctuant alors que nous avons vu que le couple correspondant dans la machine à stator triphasé était un couple statique et de même sens que celui du fondamental. Le premier couple statique rencontré dans le montage tétraphasé est le couple dû au 21^e harmonique, que nous négligeons ici.

D'autre part, et cela n'est pas uniquement dû à la structure statorique mais aussi à la forme de la tension d'alimentation, il existe dans ce cas des harmoniques correspondant à une consommation d'énergie au stator qui n'existaient pas dans le montage précédent. (harmonique 3).

Le fait que les harmoniques pairs soient éliminés par le montage lui-même est peu intéressant puisqu'il n'y en a pas dans la décomposition de la tension carrée d'alimentation.

On voit donc que le montage tétraphasé conduit à une moins bonne utilisation de la machine étudiée car les pertes sont plus importantes et le couple subit des fluctuations au démarrage.

2.4 - Mode opératoire.

Il est le même que dans le cas du montage triphasé.

2.5 - Résultats.

La présentation des résultats est la même que précédemment.
planches 26 à 48.

Γ_a
KW

2

1.5

1

0.5

110V

100V

90V

80V

70V

Onduleur 4 ph
50 Hz
puissance absorbée

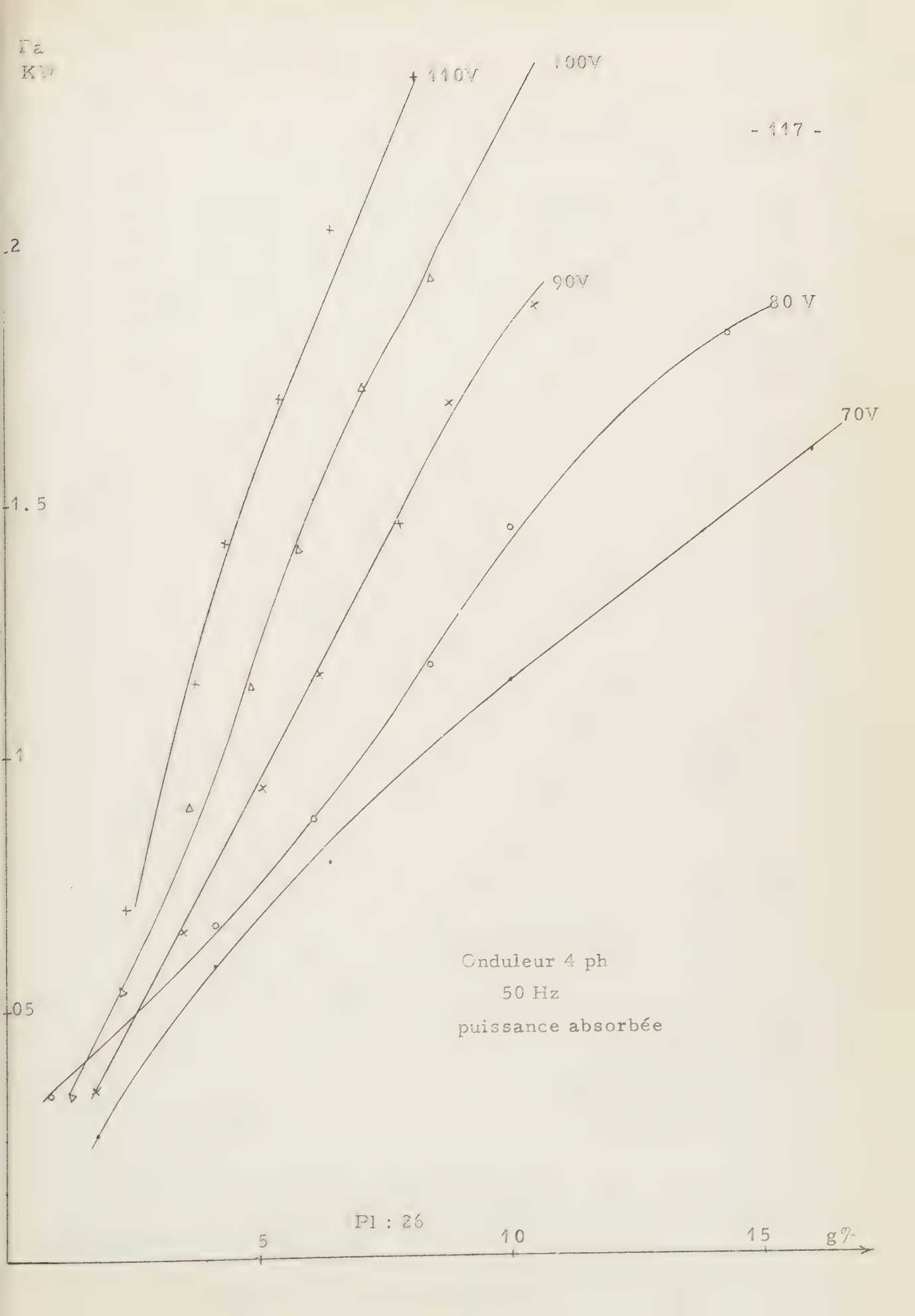
Pl : 26

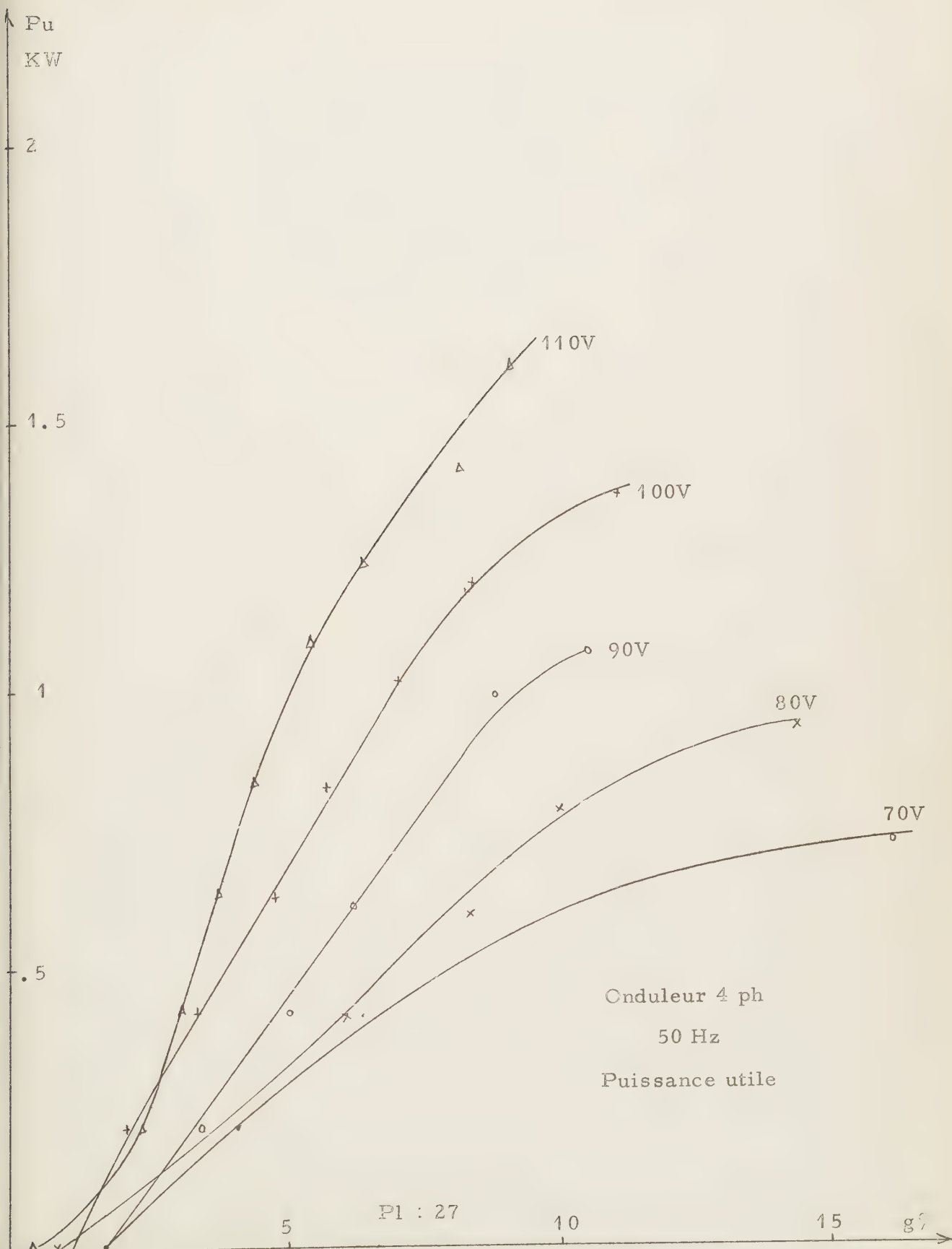
5

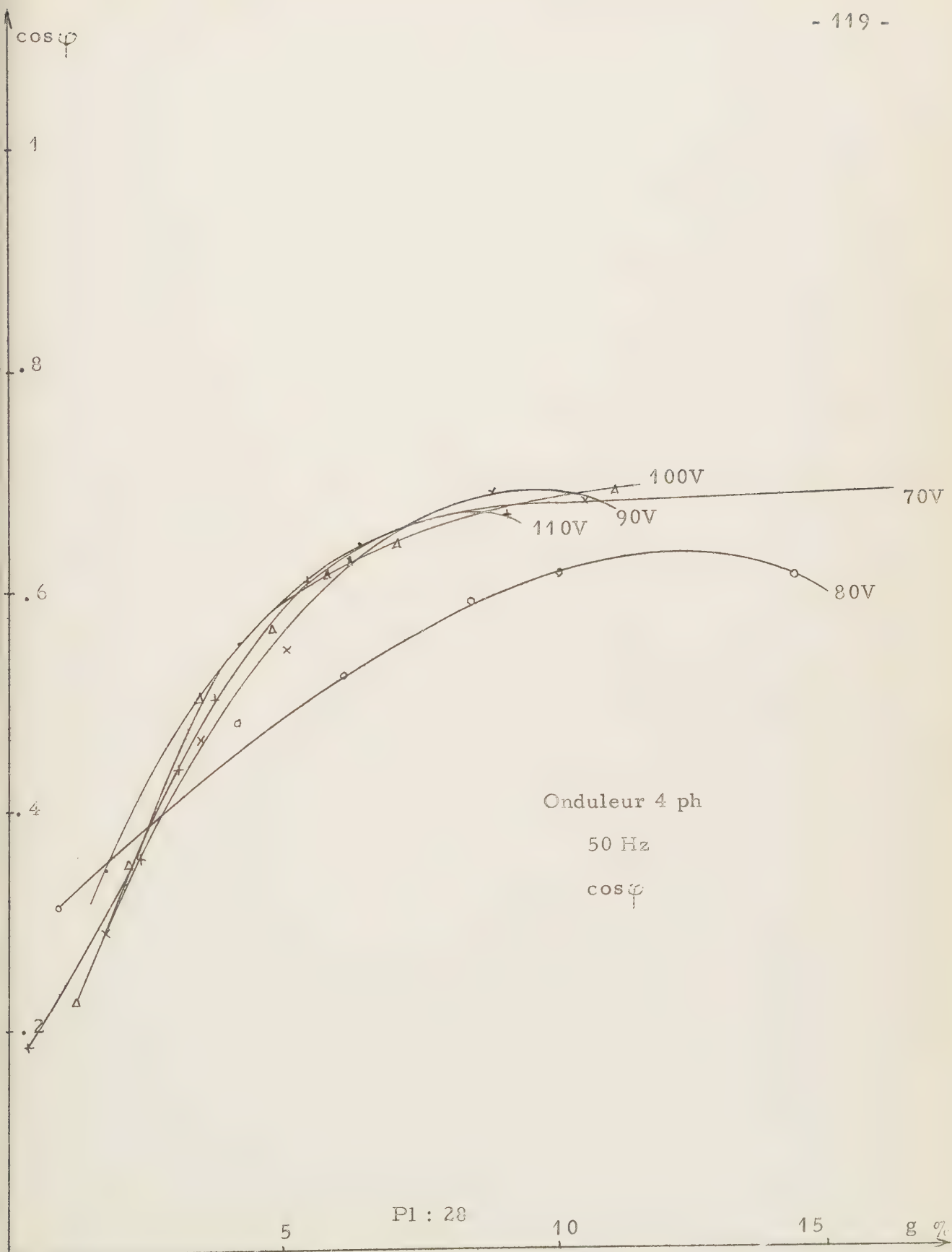
10

15

g%







1

.8

.6

.4

.2

+ o Δ x

5

Pl : 29

10

15

g %

Onduleur 4 ph
50 Hz
Rendement

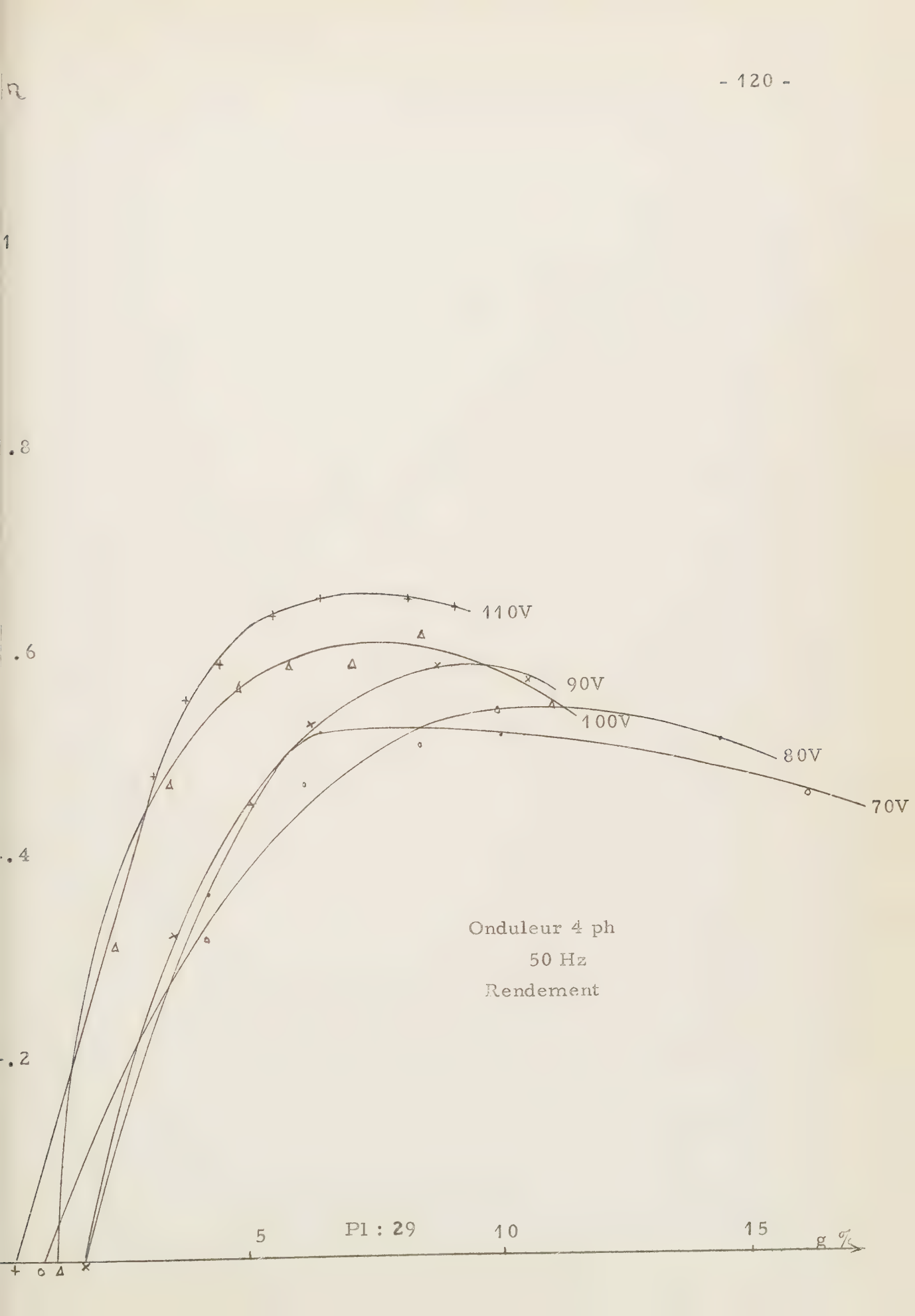
110V

90V

100V

80V

70V



I_A

10

8

6

4

2

110V

100V

80V

70V

90V

Onduleur 4 ph

50 Hz

courant

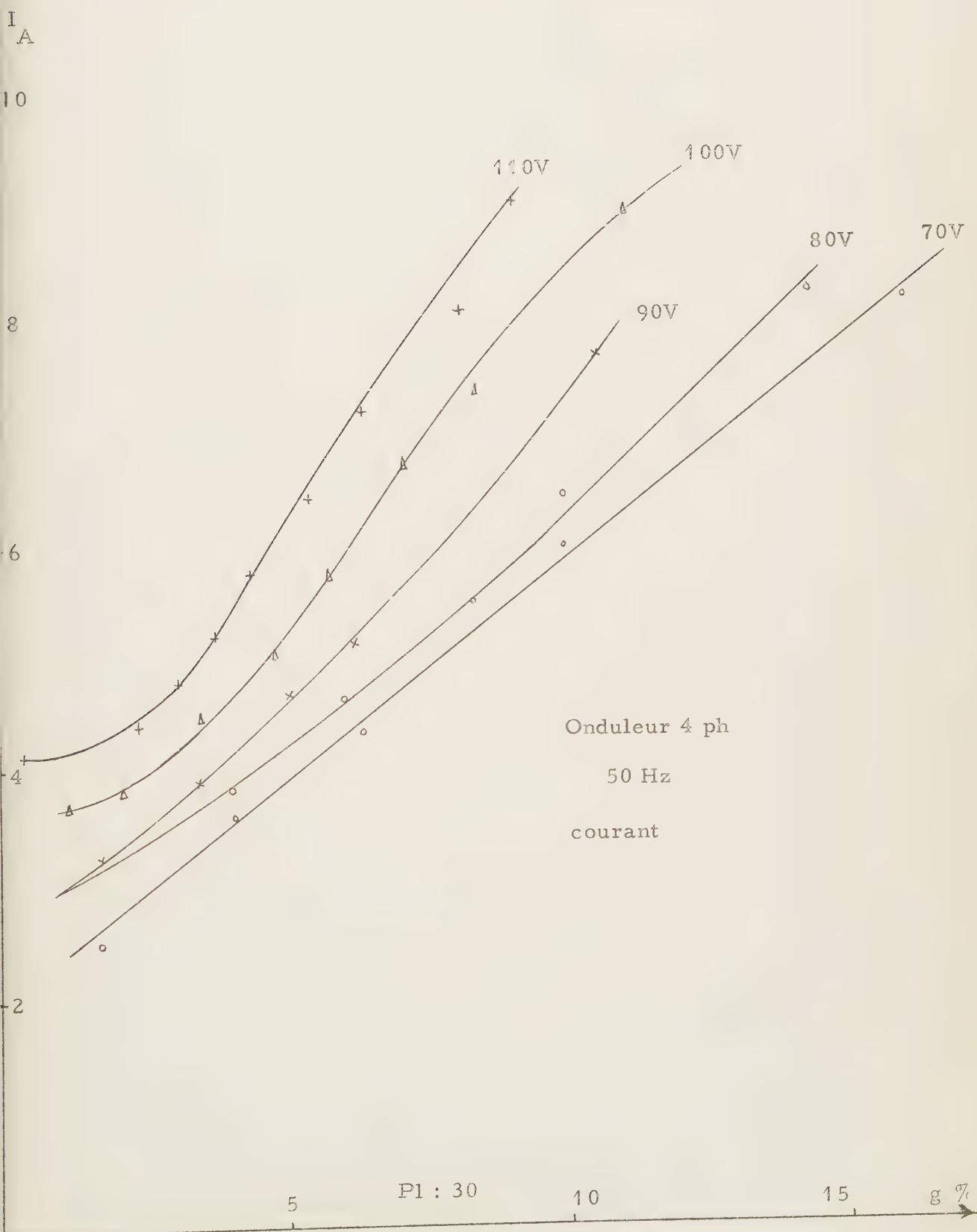
P1 : 30

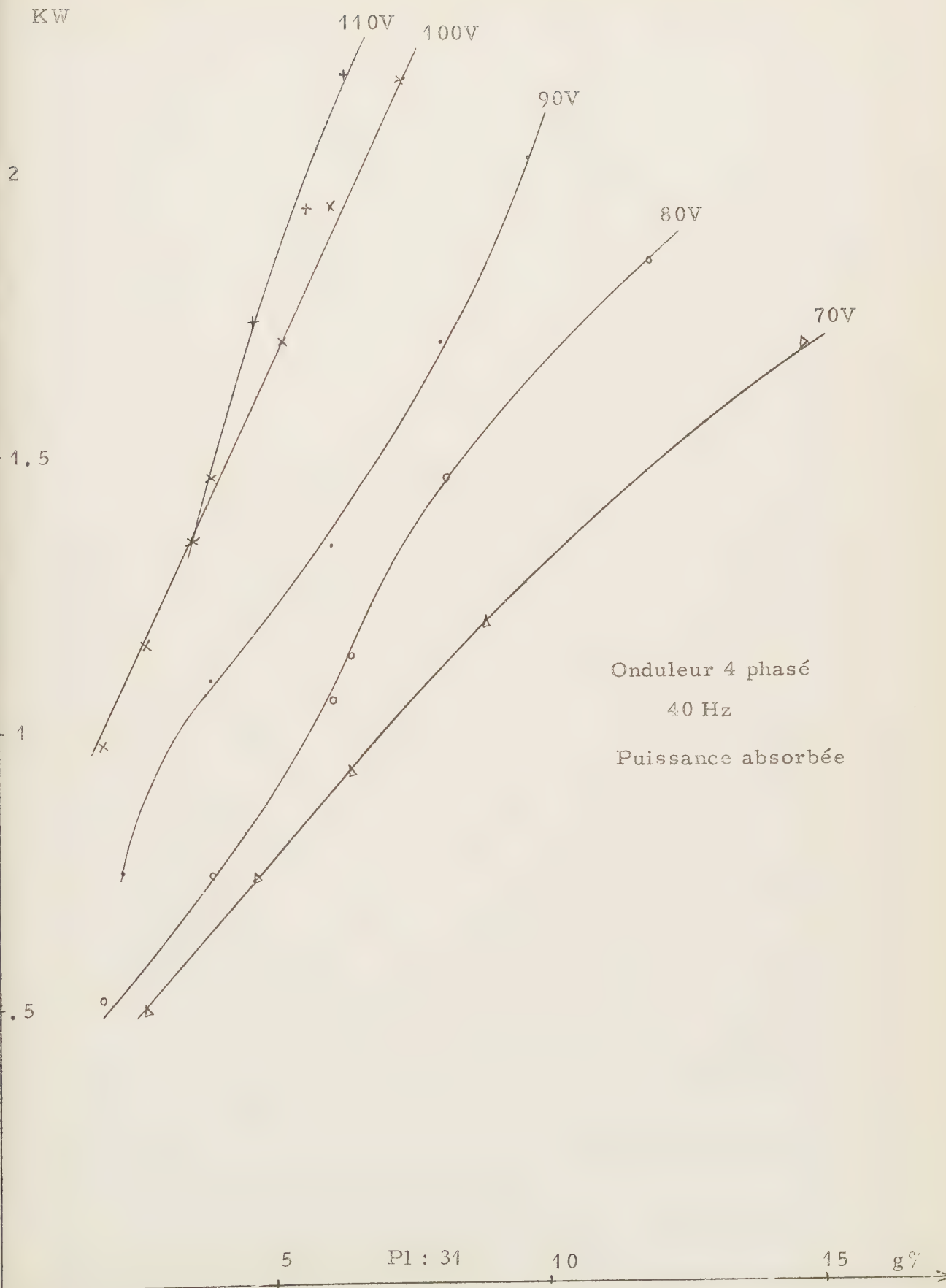
5

10

15

g %





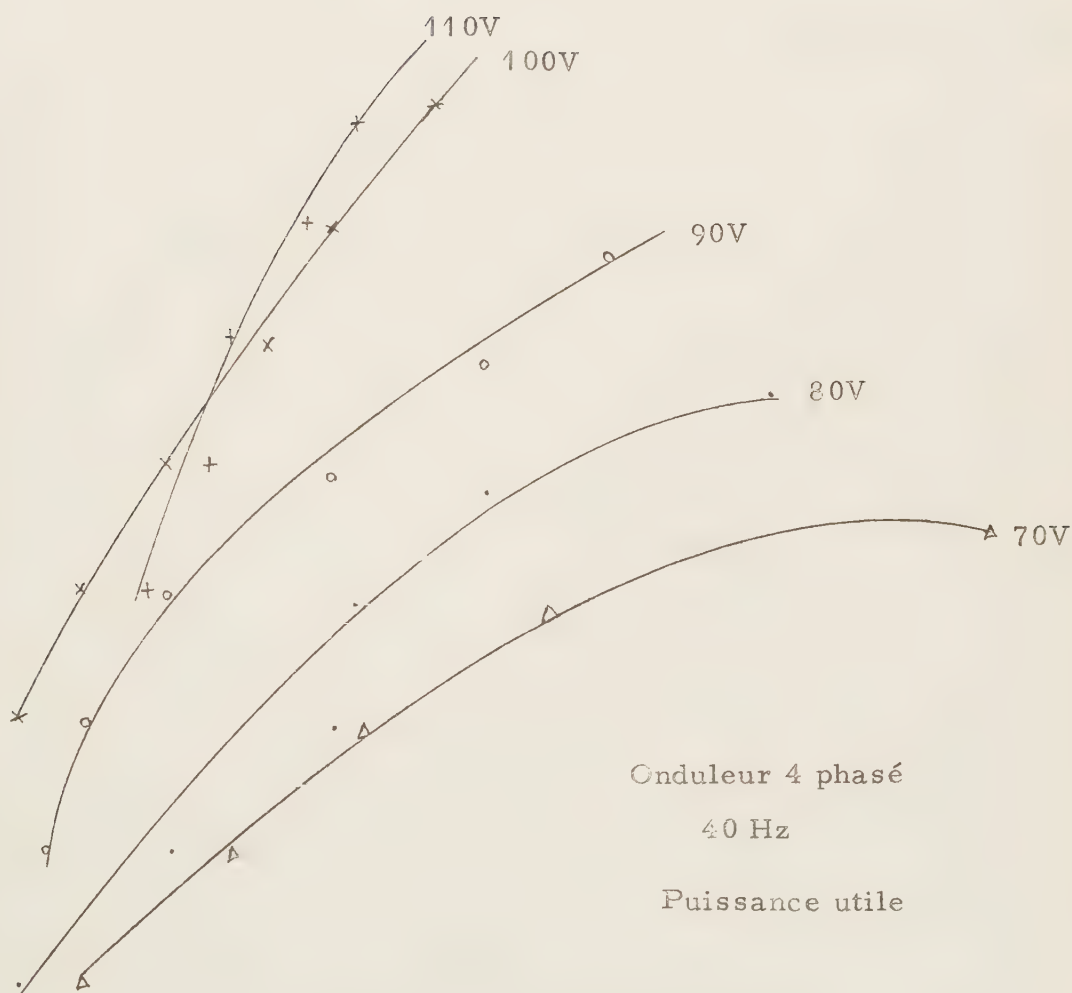
Pu
KW

2

1.5

1

0.5



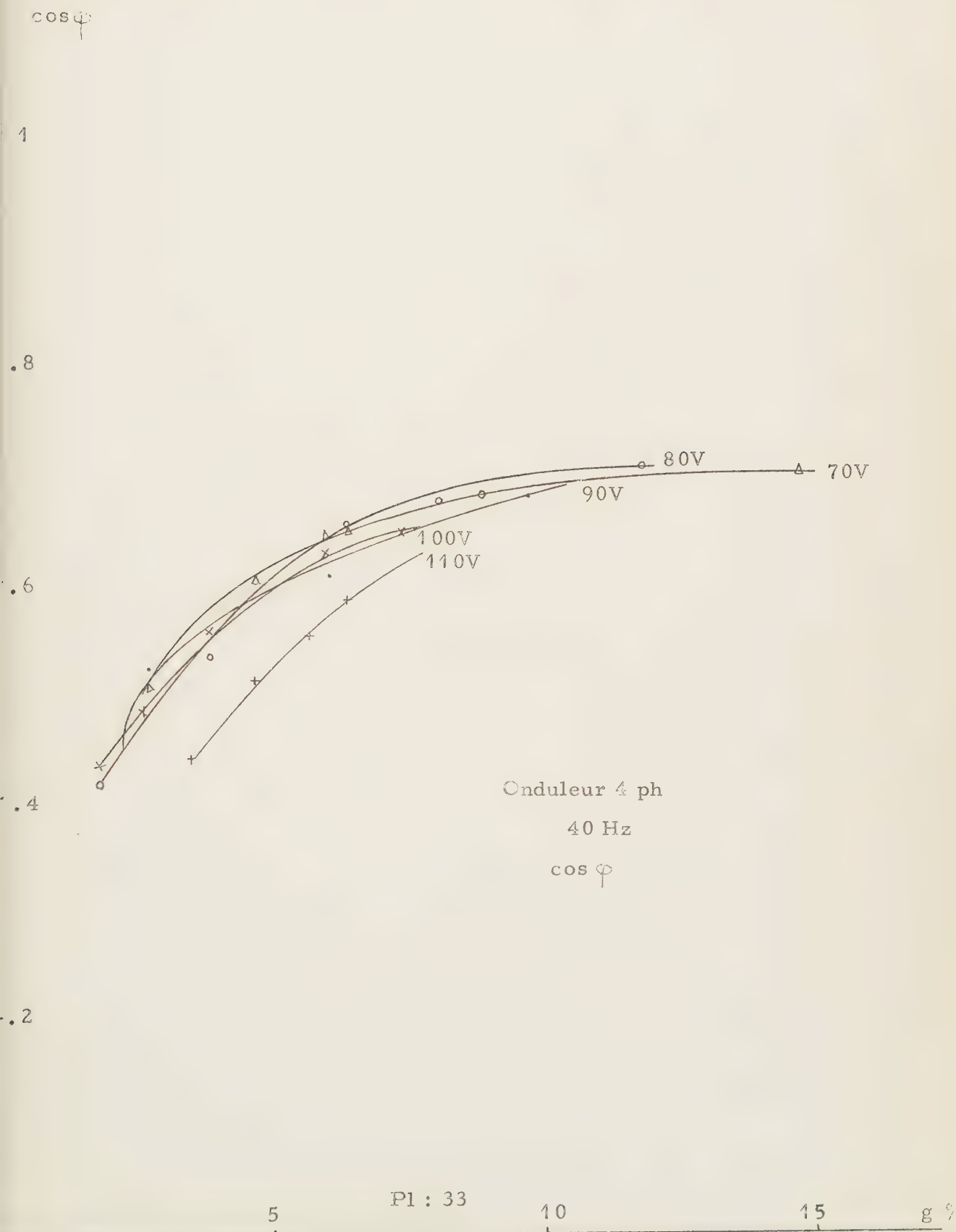
5

Pl : 32

10

15

g %



η

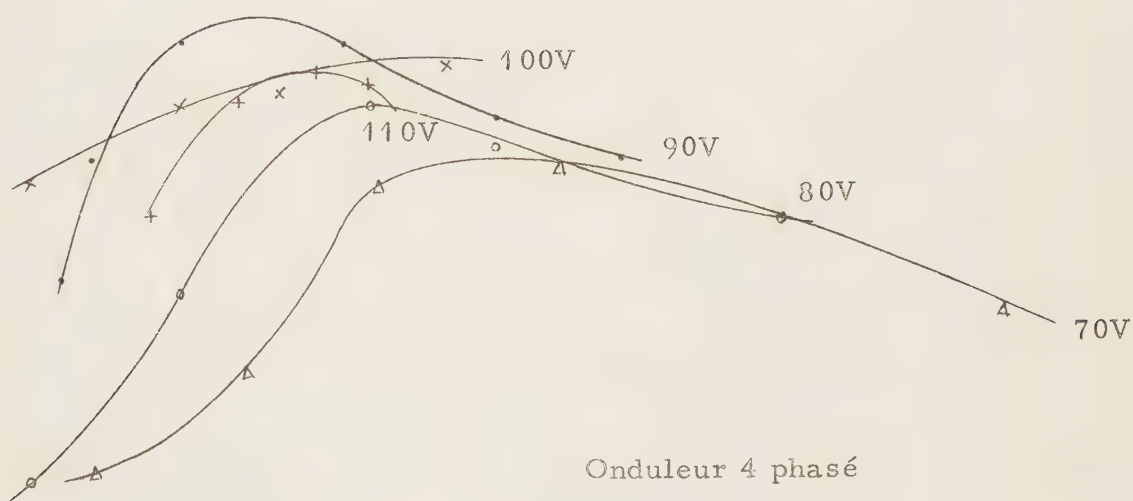
1

.8

.6

.4

.2



Onduleur 4phasé
40 Hz
Rendement

5

P1 : 34

10

15

g

A

10

8

6

4

2

110V

100V

90V

80V

70V

Onduleur 4 ph

40 Hz

courant

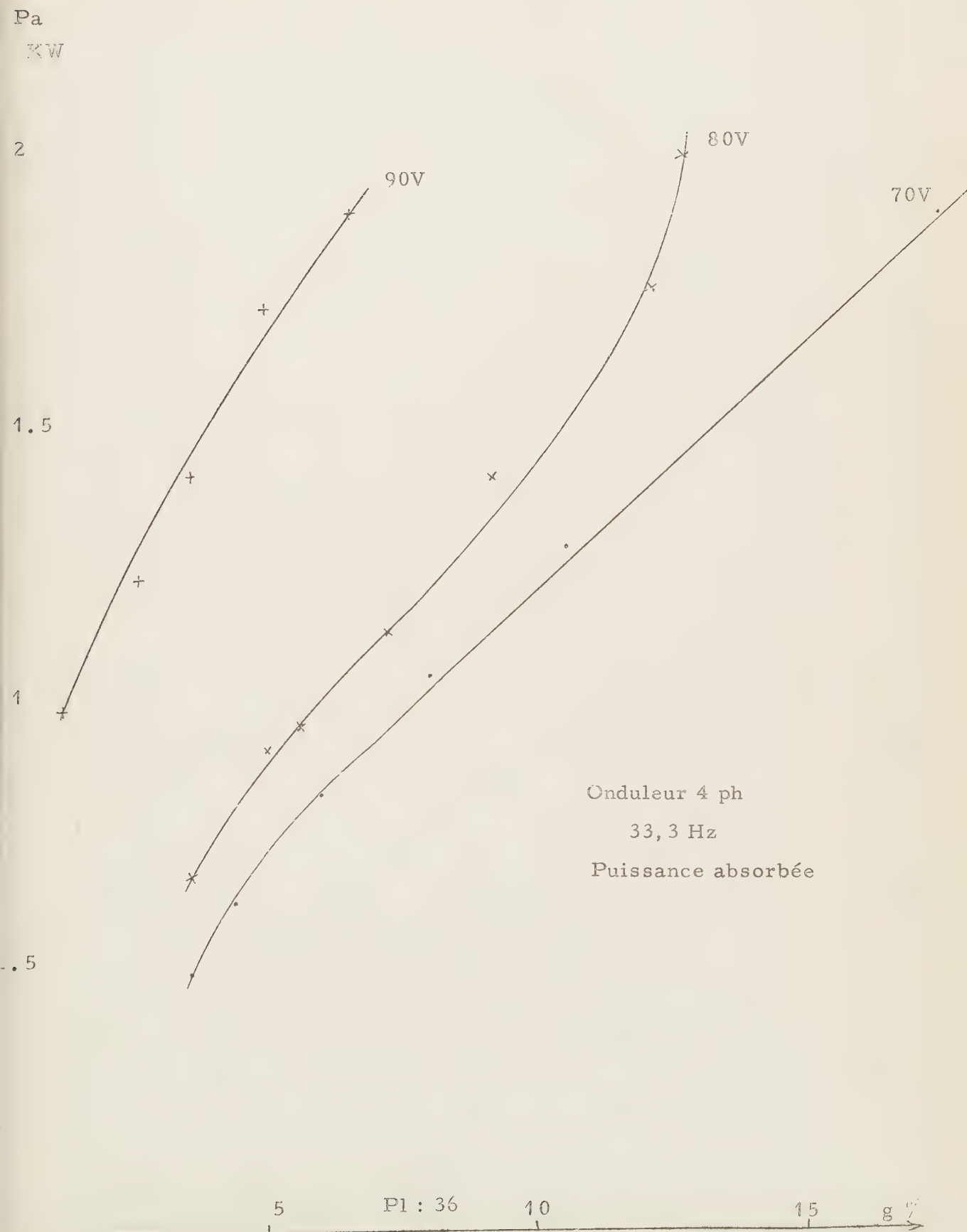
P1 : 35

10

15

g

5



$\cos \varphi$

1

.8

.6

.4

.2

90V

80V

70V

Onduleur 4 ph

33,3 Hz

$\cos \varphi$

P1 : 38

5

10

15

g %



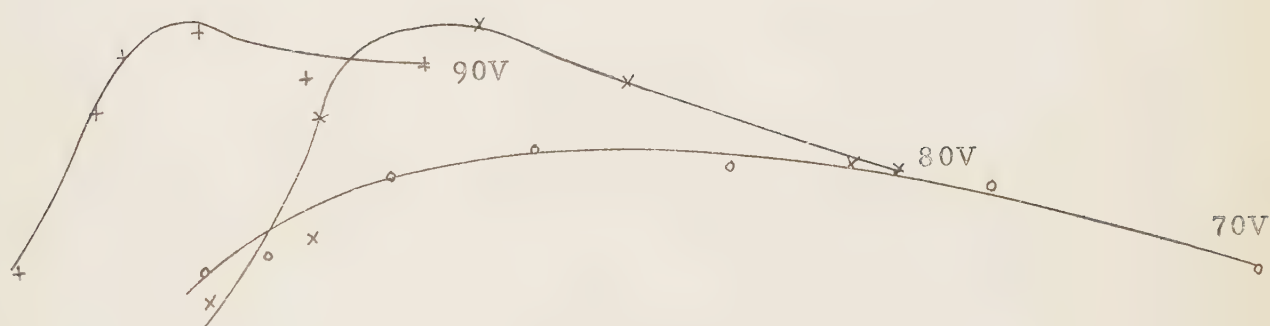
17

.8

.6

.4

.2



Onduleur 4 ph

33,3 Hz

Rendement

5

P1 : 39

10

15

g

A

0

8

6

4

2

70V

80V

90V

Onduleur 4 ph

33,3 Hz

courant

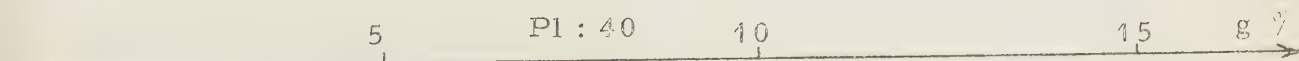
5

P1 : 40

10

15

g %



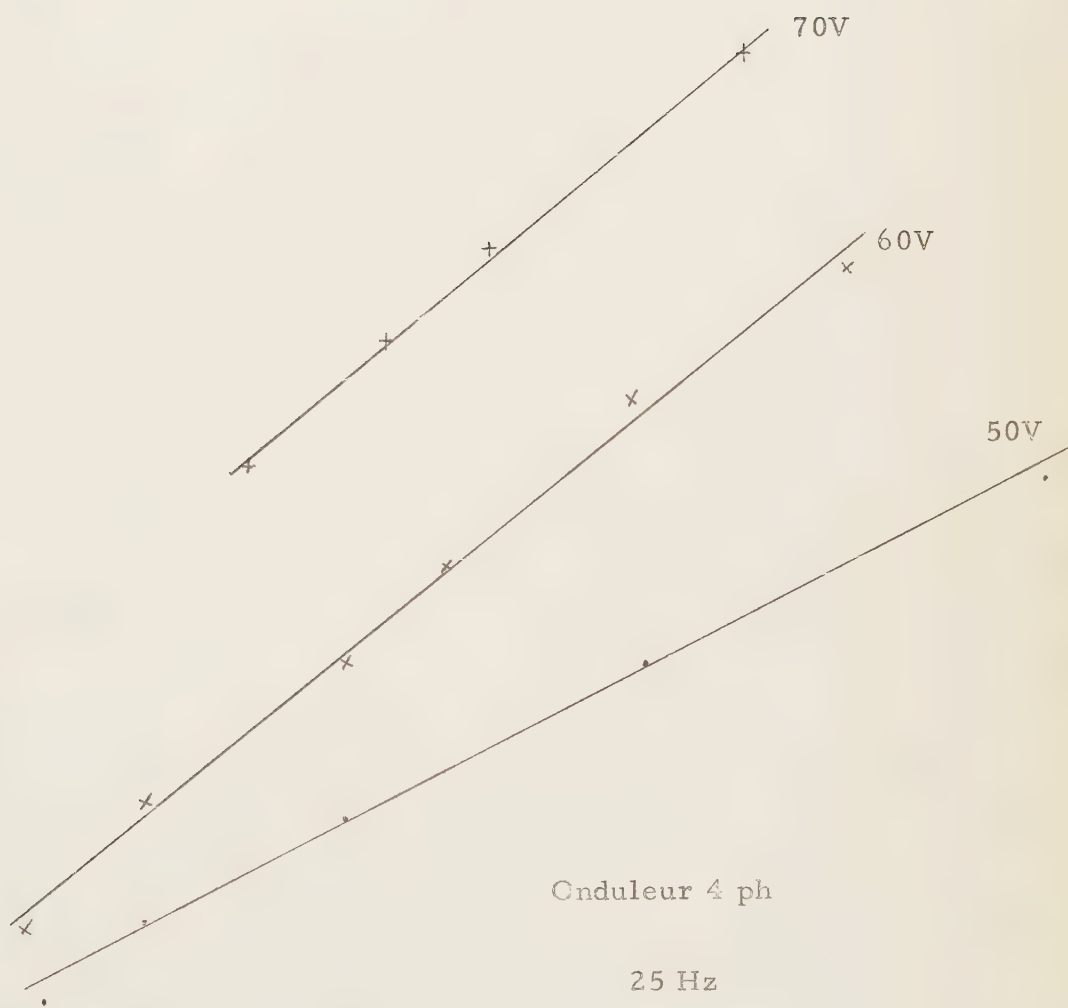
Pa
KW

2

1,5

1

.5



Puissance absorbée

5

P1 : 41

10

15

η %

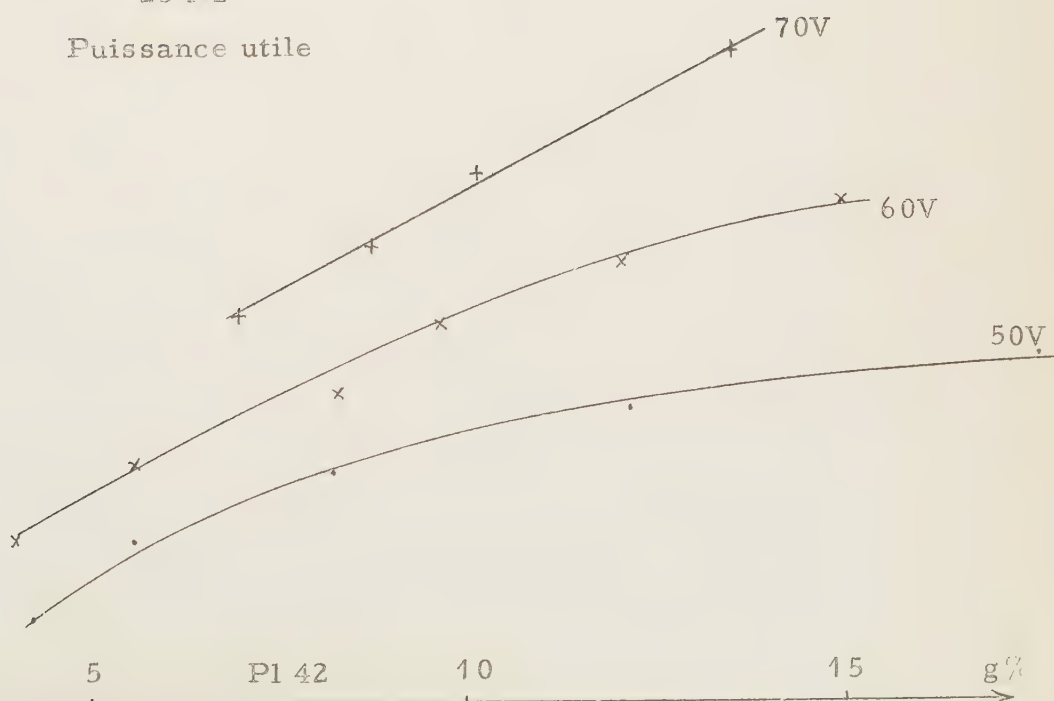
u
KW

.5

1

.5

Onduleur 4 ph
25 Hz
Puissance utile



$\cos \varphi$

1

0.8

0.6

0.4

0.2



Condenseur 4 ph

25 Hz

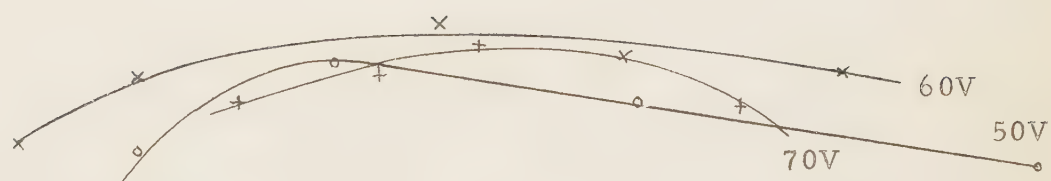
$\cos \varphi$

P1 : 43

10

15

g



Condenseur 4 ph

25 Hz

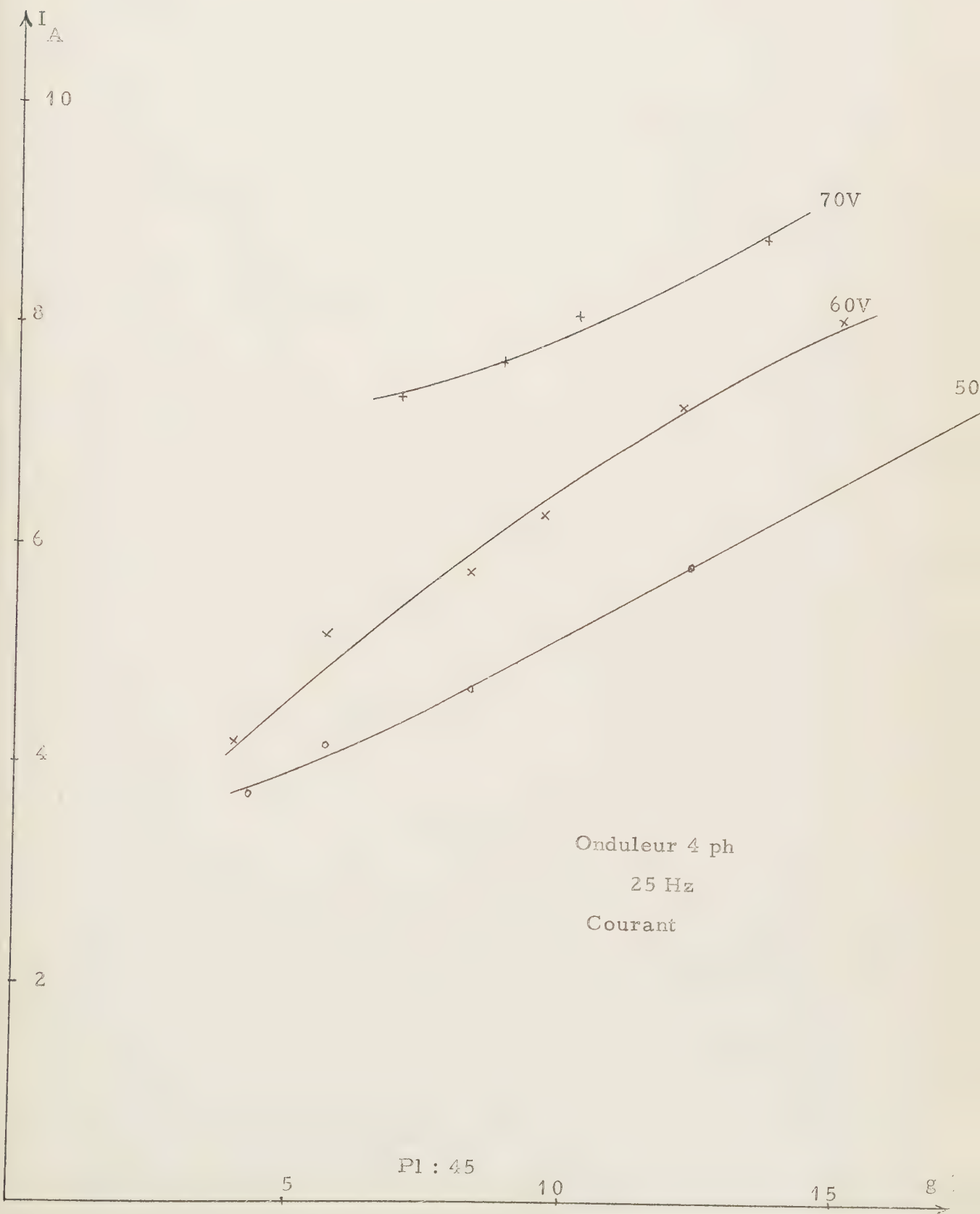
Rendement

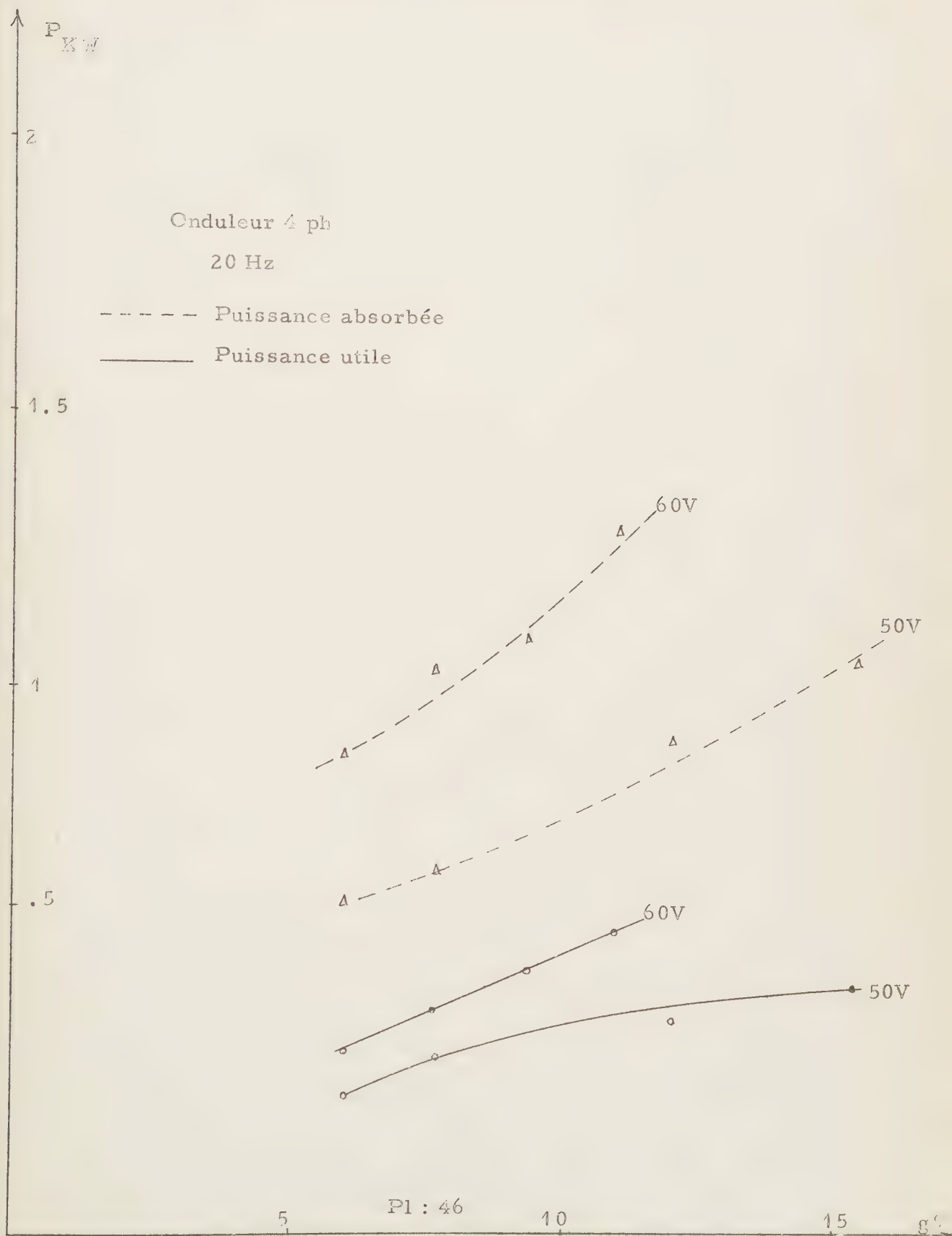
P1 : 44

10

15

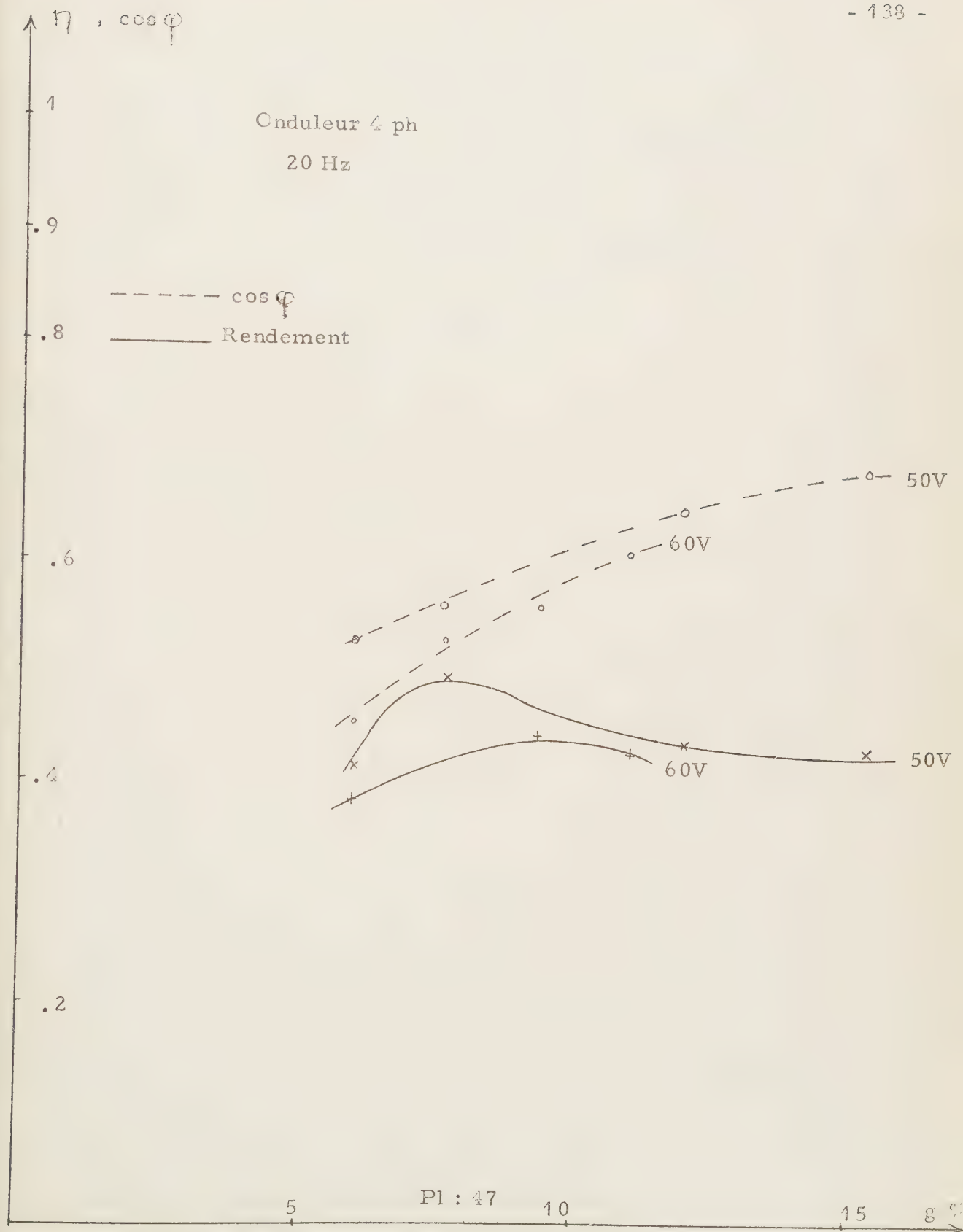
g





Onduleur 4 ph
20 Hz

----- $\cos \varphi$
—— Rendement

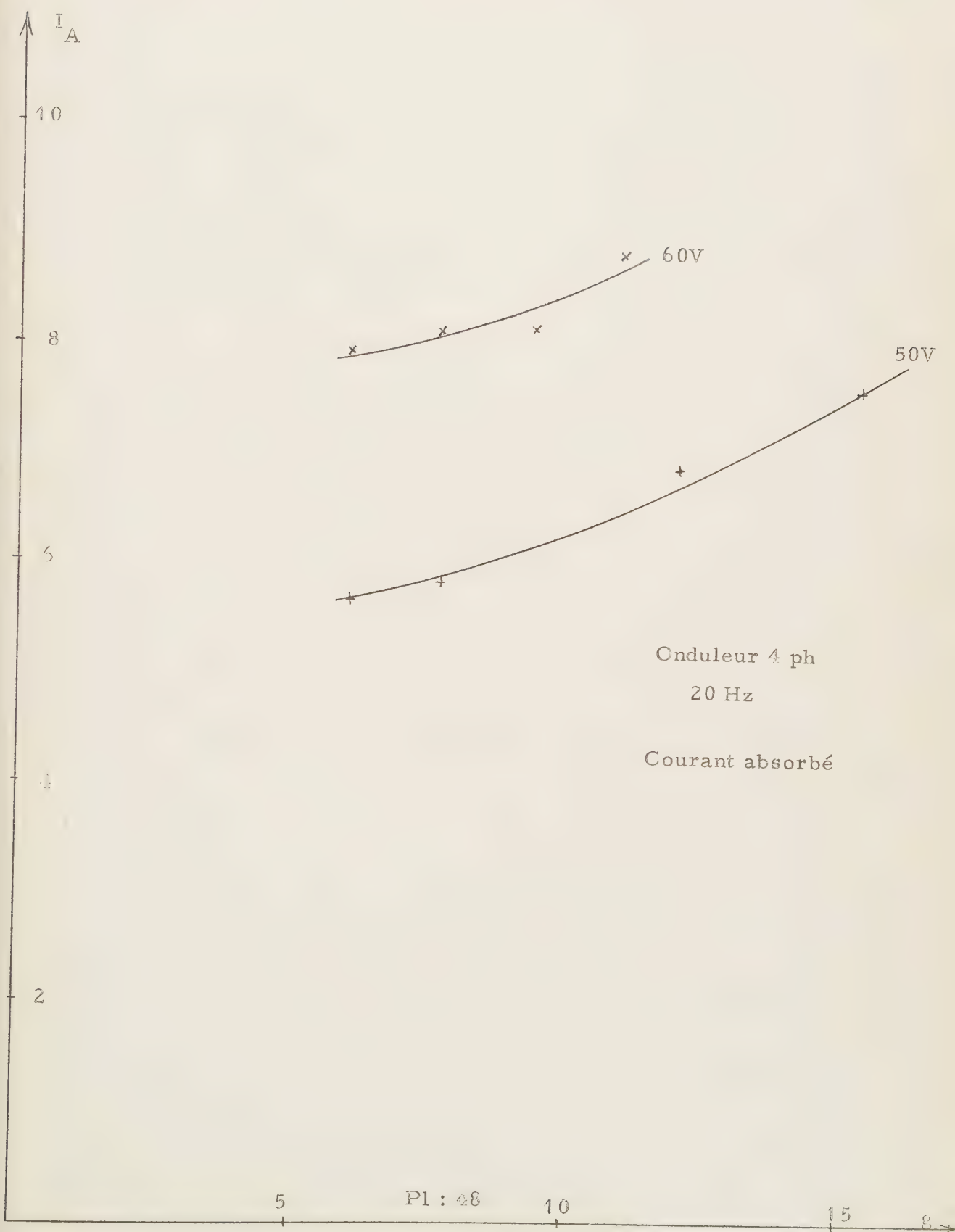


P1 : 47

10

15

g



3 - Etude hexaphasée.

3.1 - Connexions.

On connecte les enroulements de la machine de façon à obtenir une distribution statorique hexaphasée étoilée équilibrée. La séquence de bobinage est alors la suivante :

$$S_1 - 16/12 - 11/5 - 4/1 - 0$$

$$S_2 - 0/17 - 16/6 - 11/7 - 4$$

$$8 - 9/10 - 3/18 - 20/21 - 14$$

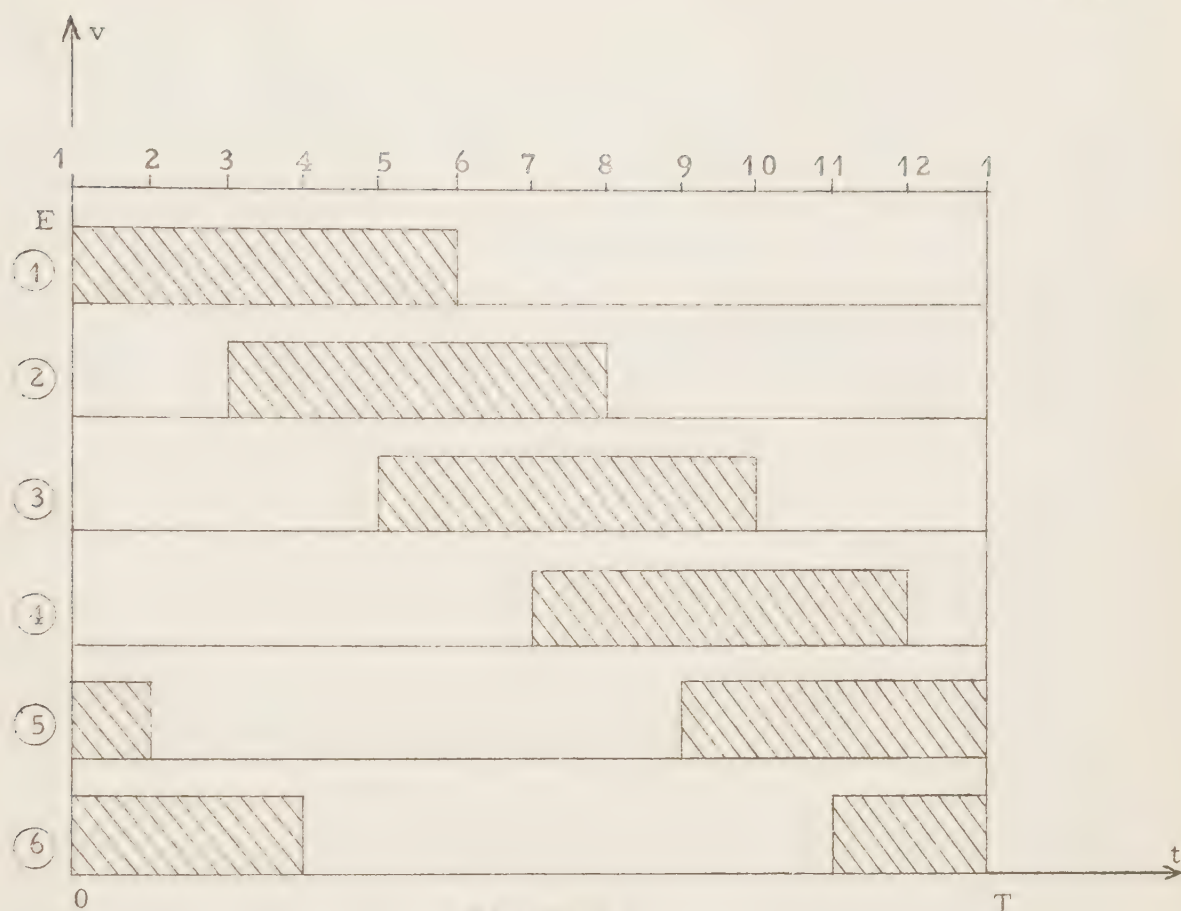
$$2 - 3/21 - 20/14 - 13/10 - 9$$

$$S_3 - 13/15 - 17/19 - 2/5 - 7$$

$$S_4 - 8/15 - 12/19 - 18/5 - 1$$

3.2 - Obtention d'hexaphasé.

Les tensions appliquées sont de la forme : (Cf Fig. III. 5)



- Fig.III.5 -

Les douze impulsions de commande correspondent donc à la séquence suivante :

Pulse	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Fonction	01	F5	02	F6	03	F1	04	F2	05	F3	06	F4
Thyristor	1	5'	2	6'	3	1'	4	2'	5	3'	6	4'

Application à la machine.

Le système de tensions que nous obtenons n'est pas parfaitement équilibré. Néanmoins pour le développement des calculs nous le considérons comme tel.

En utilisant la même technique de calcul que pour les alimentations triphasée et tétraphasée nous obtenons le système de tensions suivant :

$$\begin{aligned} V_1^s &= \frac{2E}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} + \cos \omega t + \frac{\cos 5 \omega t}{5} + \dots \right] \\ \vdots \\ V_p^s &= \frac{2E}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} + \cos \left(\omega t - p \frac{\pi}{3} \right) + \frac{\cos 5 \left(\omega t - p \frac{\pi}{3} \right)}{5} + \dots \right] \\ \vdots \\ V_6^s &= \frac{2E}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} + \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right) + \frac{\cos 5 \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right)}{5} + \dots \right] \end{aligned}$$

Les courants ayant des formes analogues, mais où interviennent les déphasages propres aux enroulements.

$$I_p^s = I_6^s \frac{2}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} + \cos \left(\omega t - p \frac{\pi}{3} - \varphi_6^s \right) + \frac{1}{5} \cos 5 \left(\omega t - p \frac{\pi}{3} - \varphi_6^s \right) + \dots \right]$$

$$I_q^r = I_2^r \frac{2}{\pi} \left[\cos \left(g \omega t - p \frac{\pi}{3} - q \frac{2\pi}{\Omega} - \varphi_2^r \right) + \frac{1}{5} \cos 5 \left(g_5 \omega t - p \frac{\pi}{3} - q \frac{2\pi}{\Omega_5} - \varphi_2^r \right) + \dots \right]$$

3.3 - Equations de la machine hexaphasée.

Les limitations de fréquences sont évidemment les mêmes que celles obtenues pour le montage triphasé.

On retrouvera donc les mêmes types d'équations pour les mêmes harmoniques.

Les résultats obtenus alors s'appliquent rigoureusement à la présente étude.

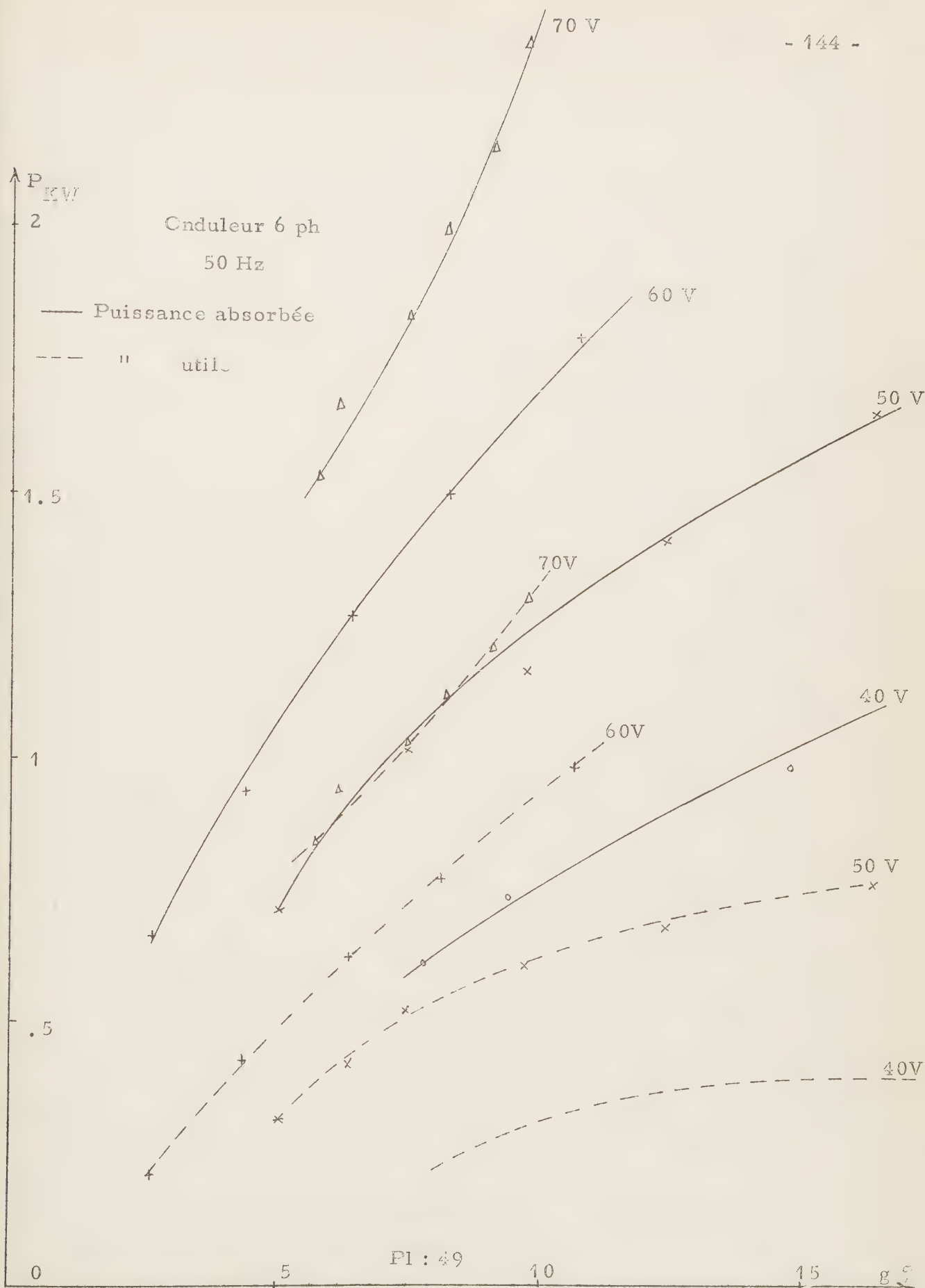
3.4 - Méthode opératoire

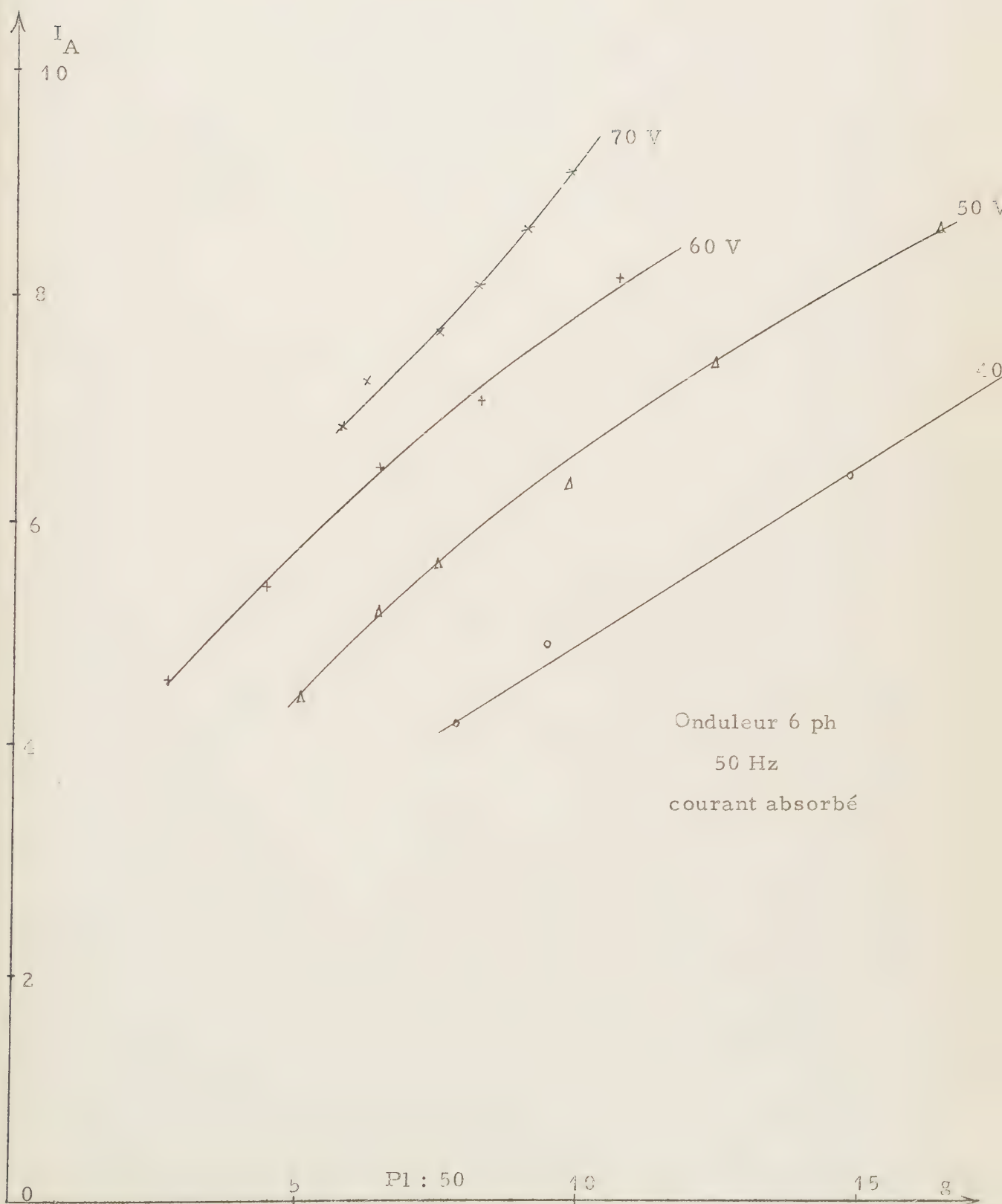
Il reste le même que celui utilisé précédemment.

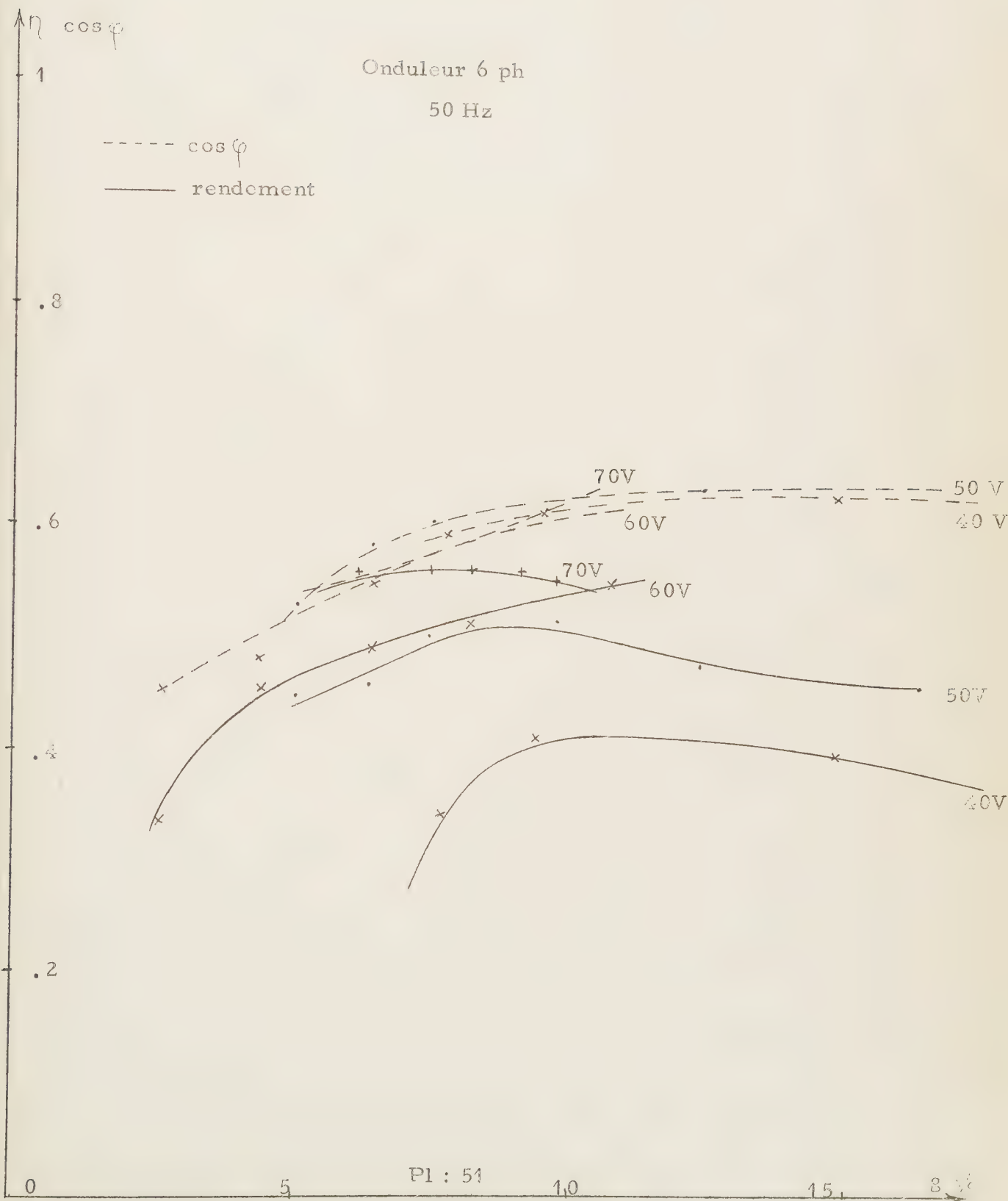
3.5 - Résultats

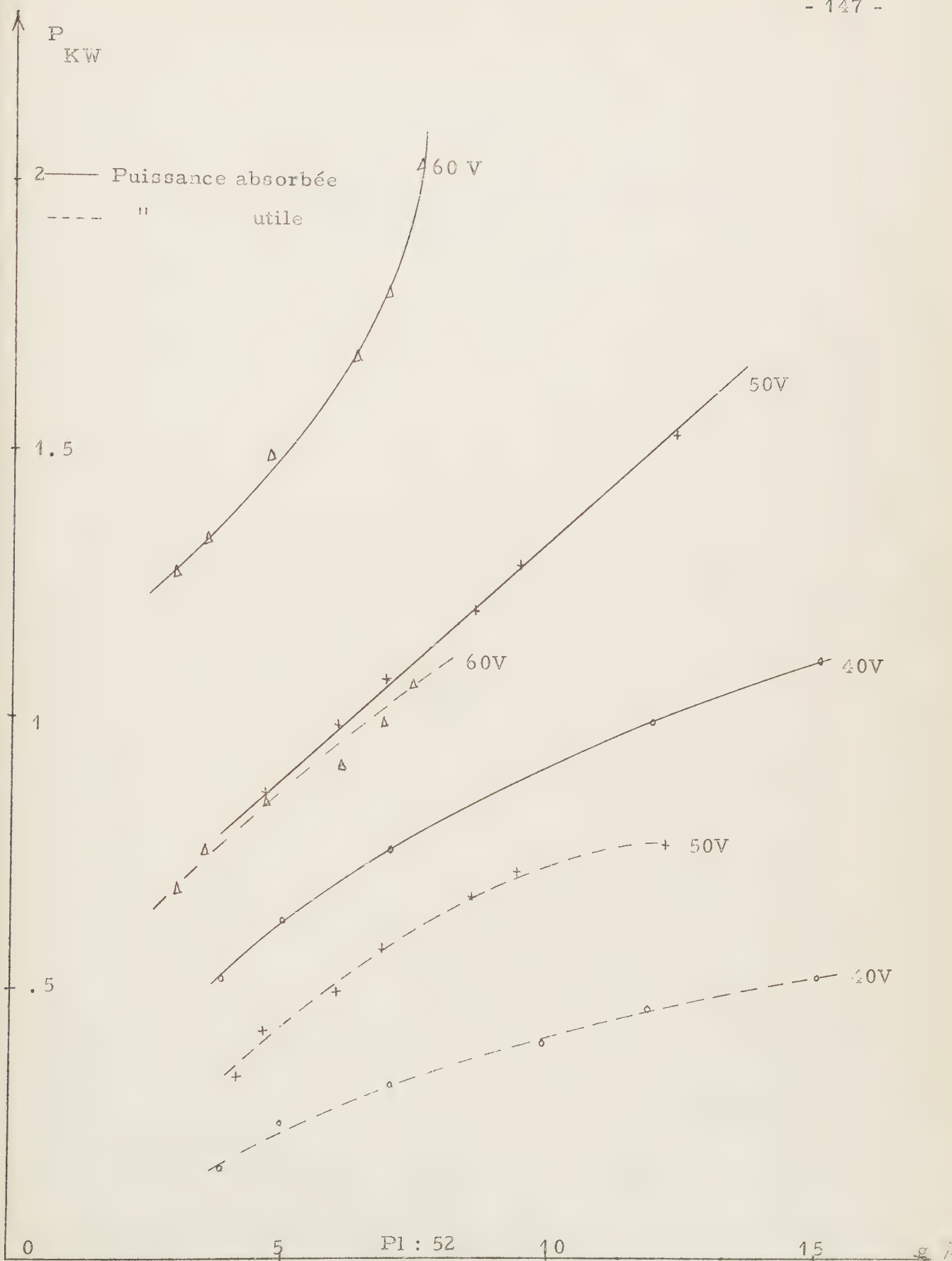
La présentation des résultats reste analogue.

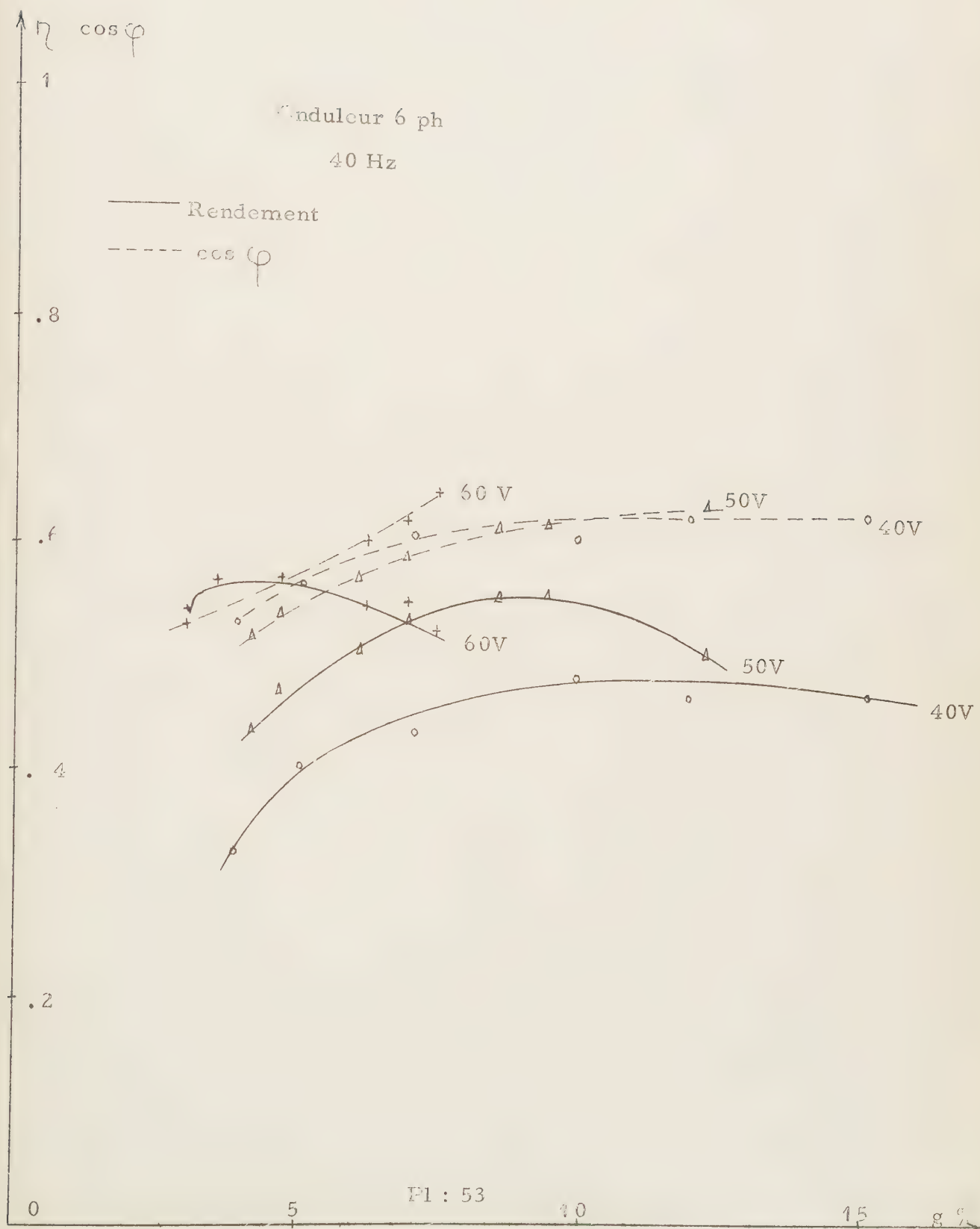
planches 49 à 57

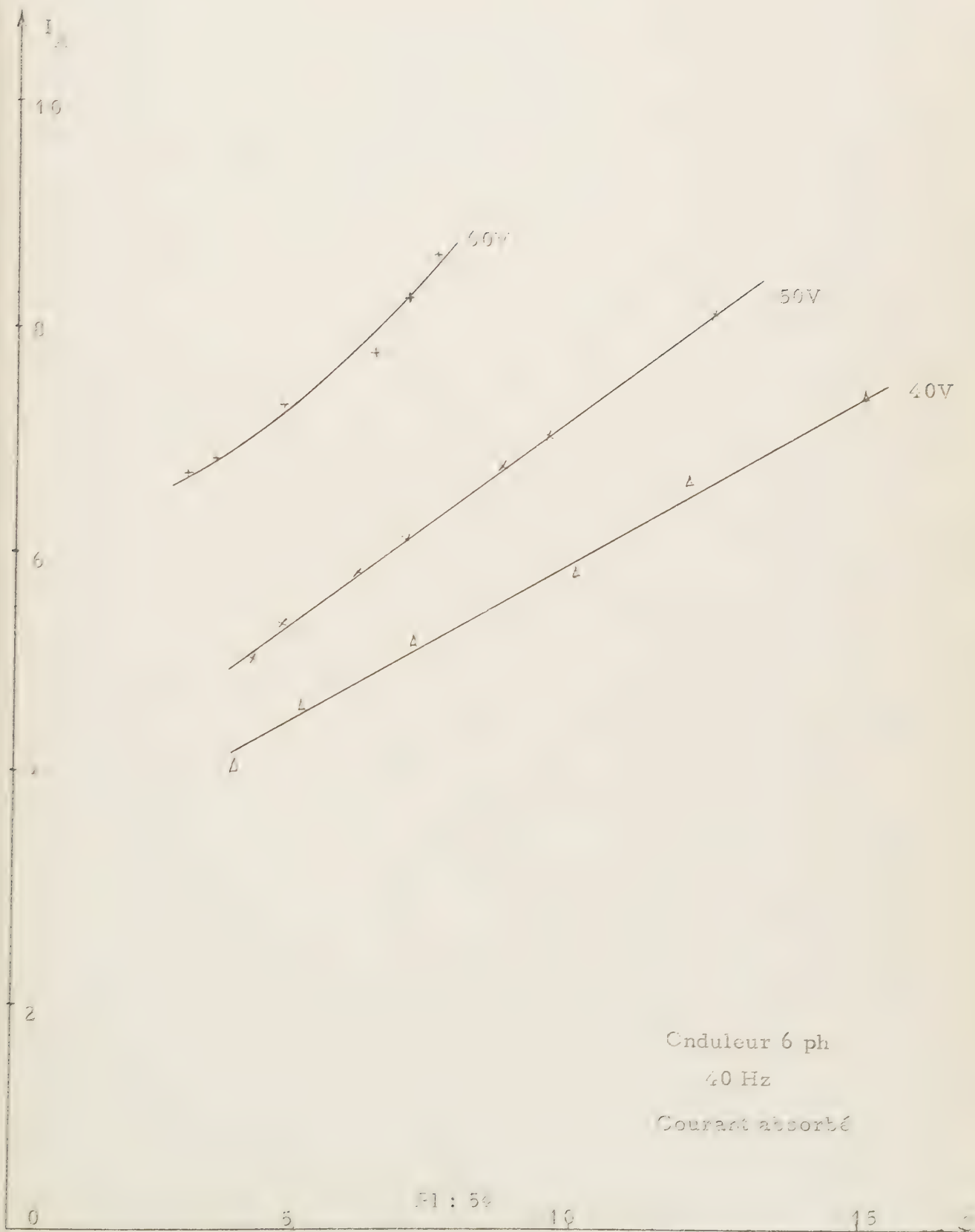


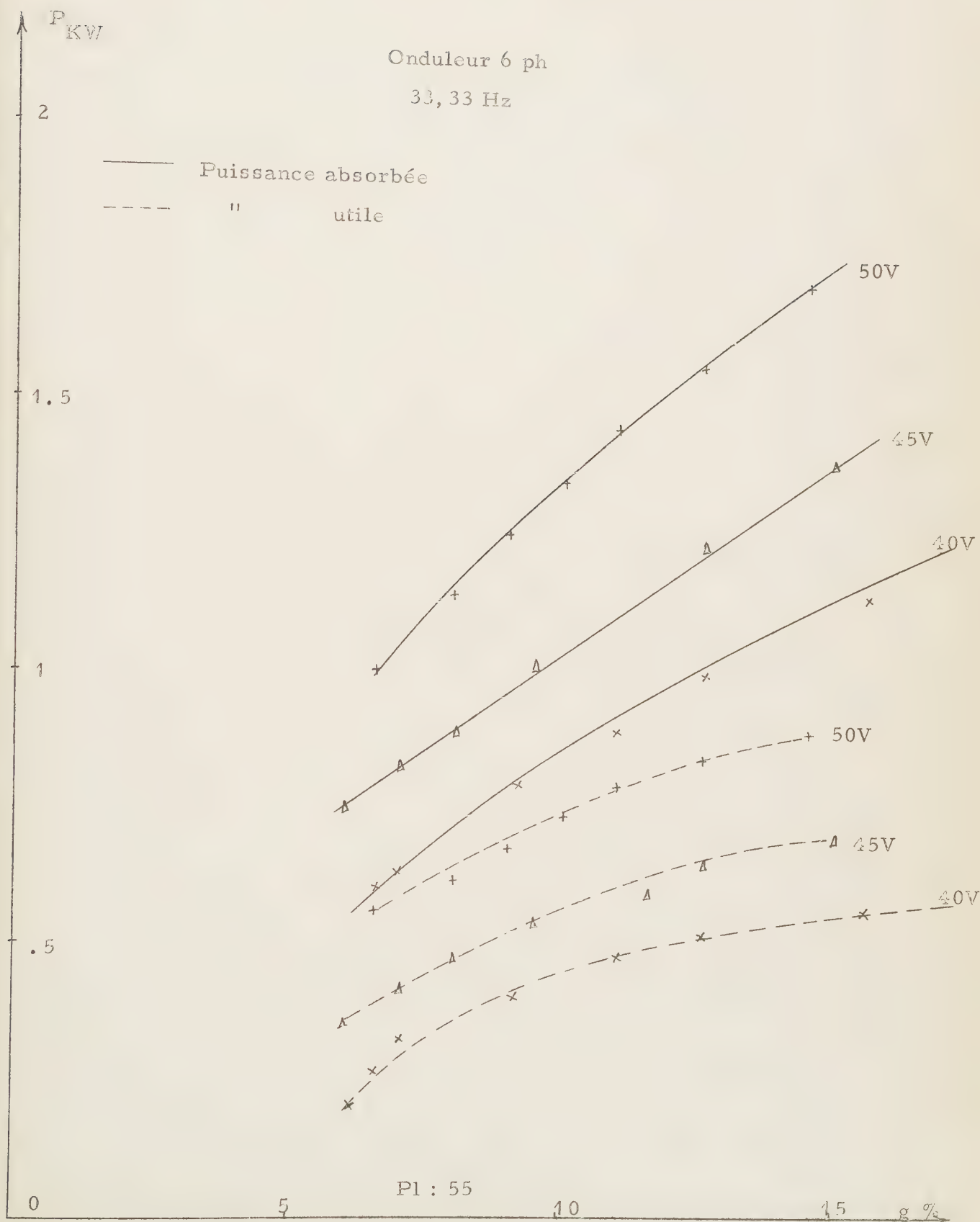


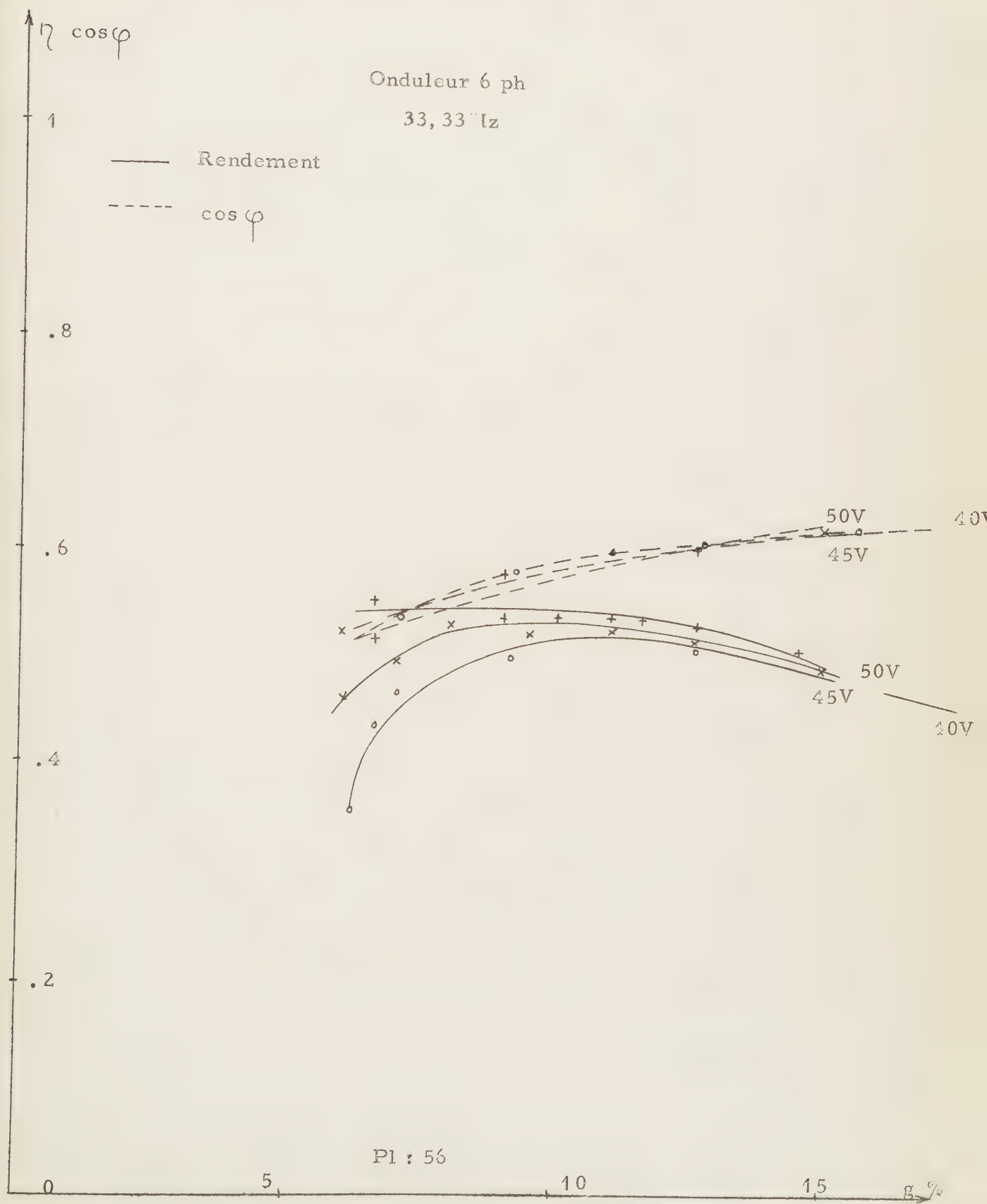


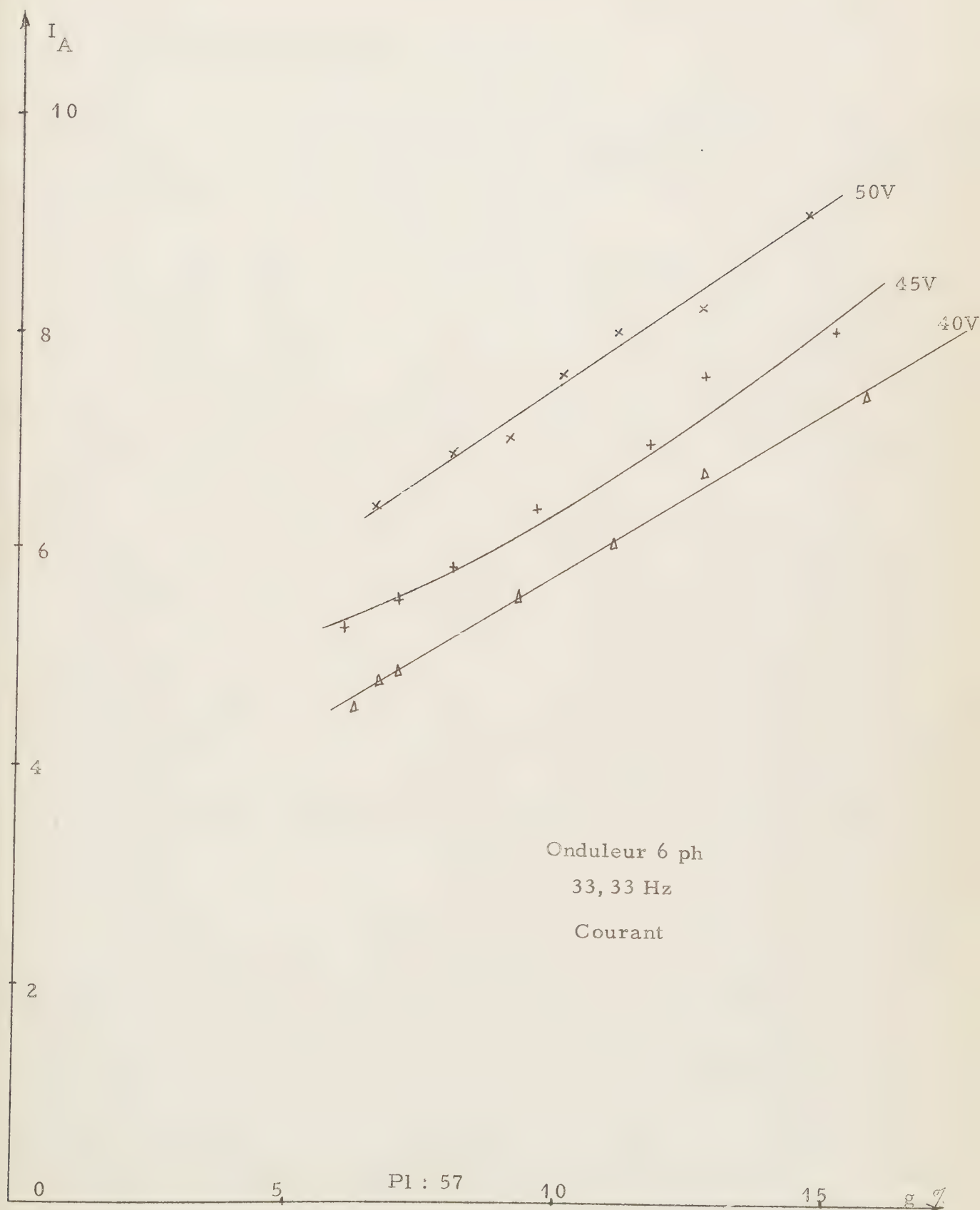












4 - Etude comparative des résultats obtenus.

Pour comparer plus commodément les résultats obtenus on a tracé les caractéristiques couple-vitesse à tension d'alimentation constante pour différentes fréquences.

Ces courbes font apparaître qu'on peut délivrer une même puissance à différentes vitesses (accroissement du couple) - ce qui peut être utile dans certaines applications - sauf dans la zone des faibles puissances où le fonctionnement devient instable à vitesse lente et où on aura donc intérêt à utiliser les fréquences plus élevées. Il faut cependant noter que ce type d'utilisation est peu courant.

Les difficultés rencontrées dans l'utilisation du moteur à basse fréquence et à faible charge, surtout notables pour le montage statorique hexaphasé, s'expliquent par la présence des capacités de commutation des thyristors. On voit alors apparaître des phénomènes d'oscillations électriques (résonance) entre les enroulements et les capacités. La charge du moteur produisant une amélioration du $\cos \varphi$ amortit suffisamment ces oscillations pour que le fonctionnement devienne parfaitement stable. Il apparaît donc que pour une utilisation à vide du moteur le mode d'alimentation choisi est mal approprié. En fait ce fonctionnement est sans intérêt pratique.

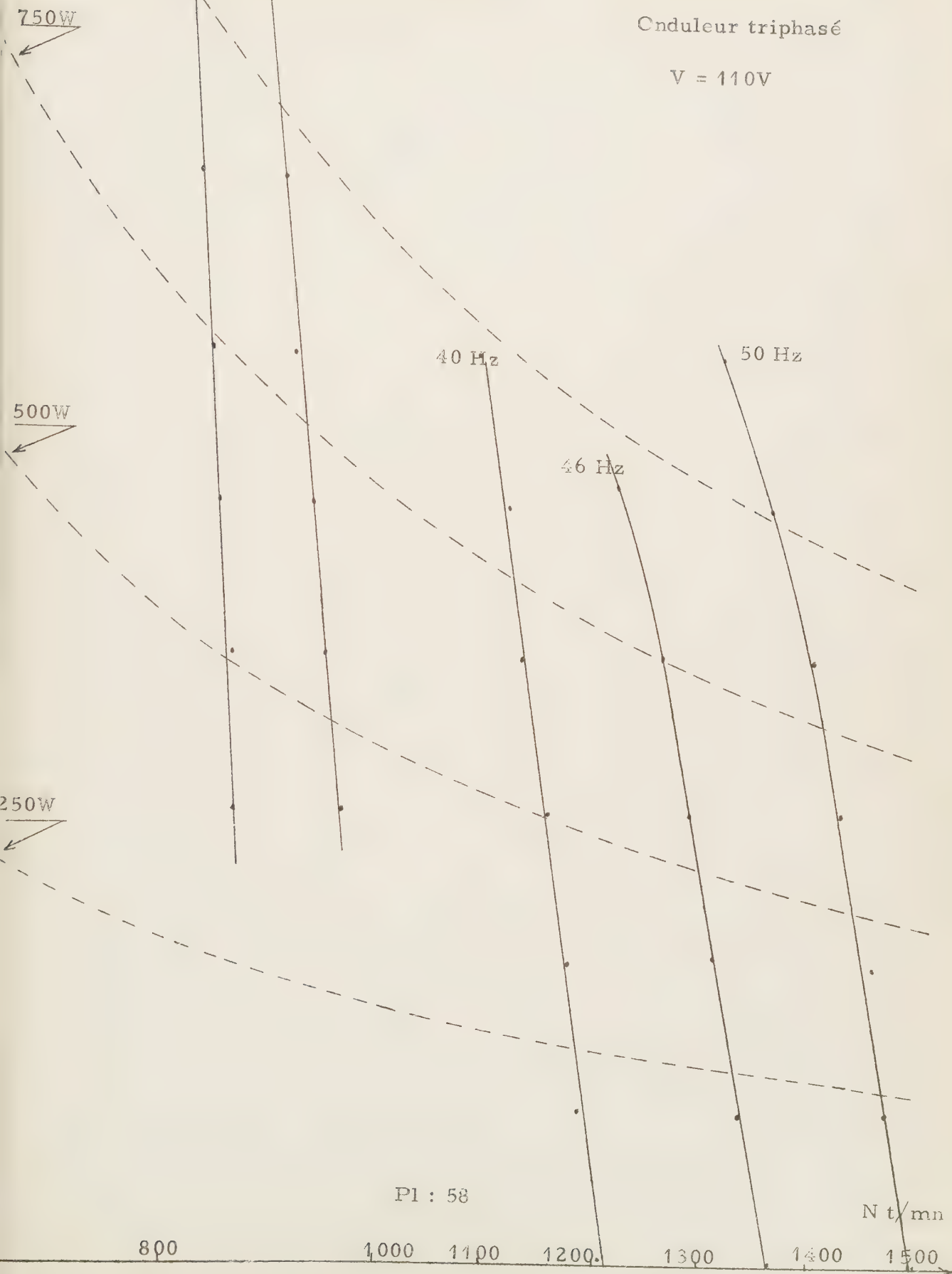
1000W

30Hz • 33,3 Hz

- 154 -

Onduleur triphasé

V = 110V

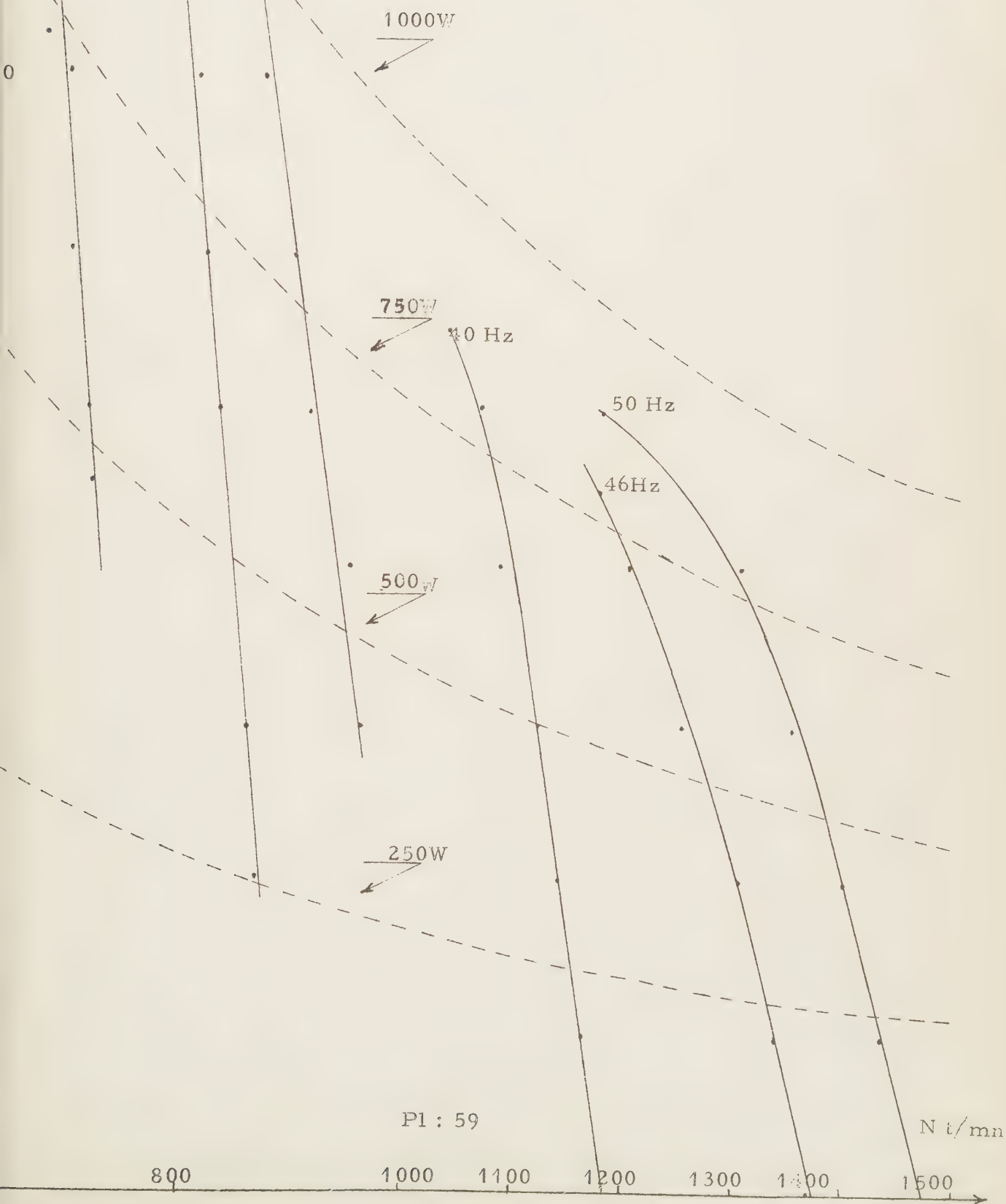


Nxm

- 155 -

Onduleur triphasé

V = 100 V



m

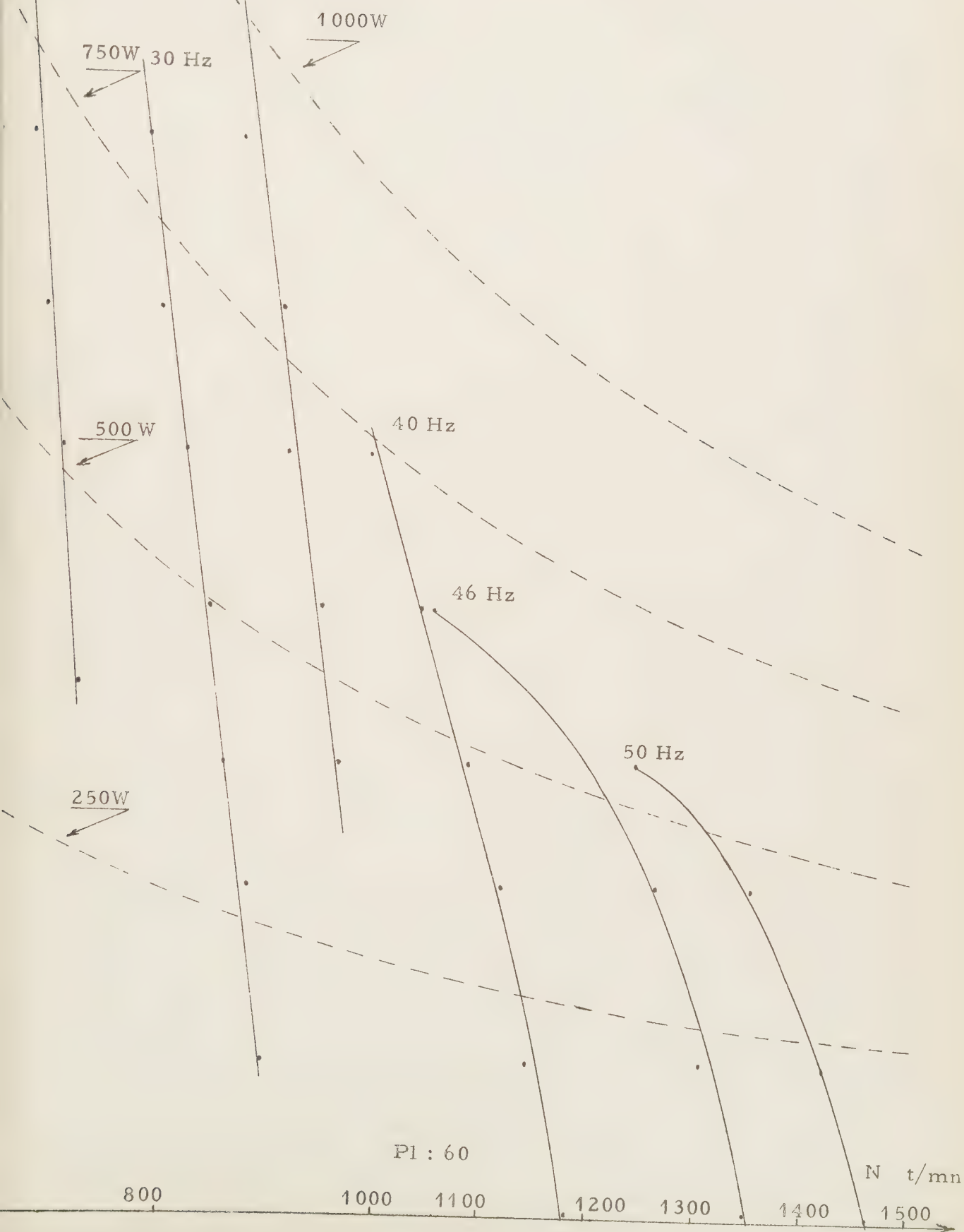
2 25 Hz

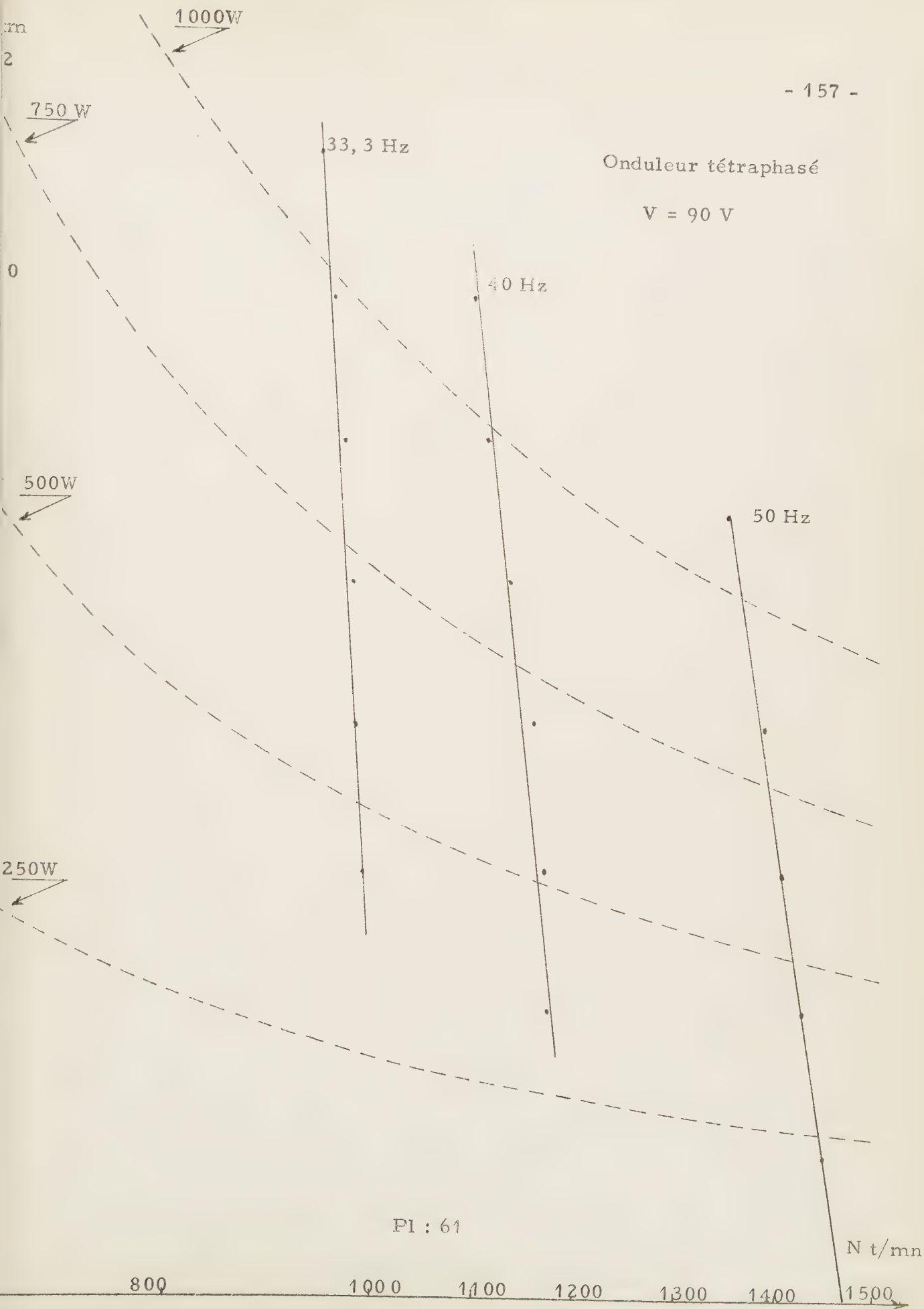
33,3 Hz

- 156 -

Onduleur triphasé

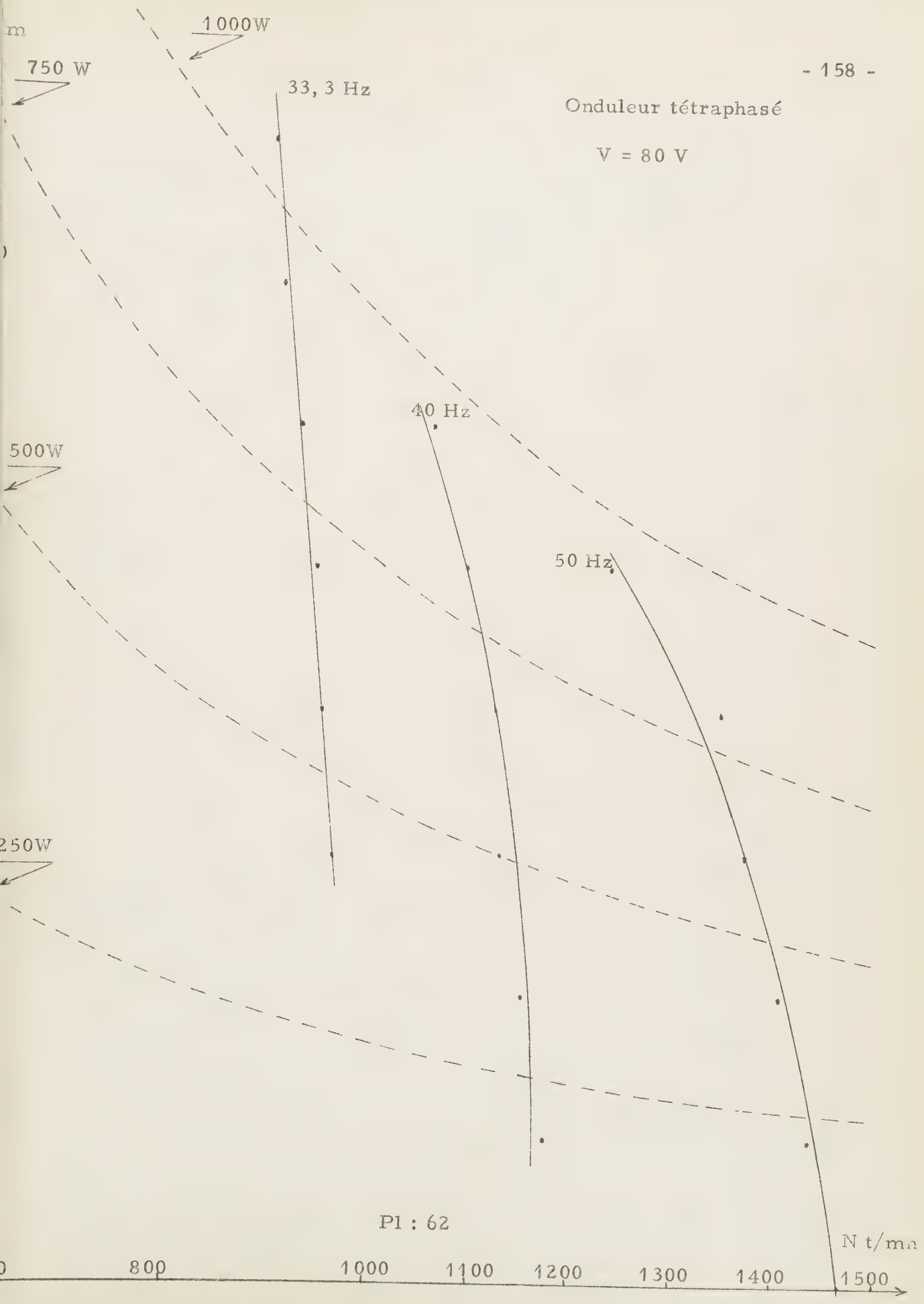
V = 90 V





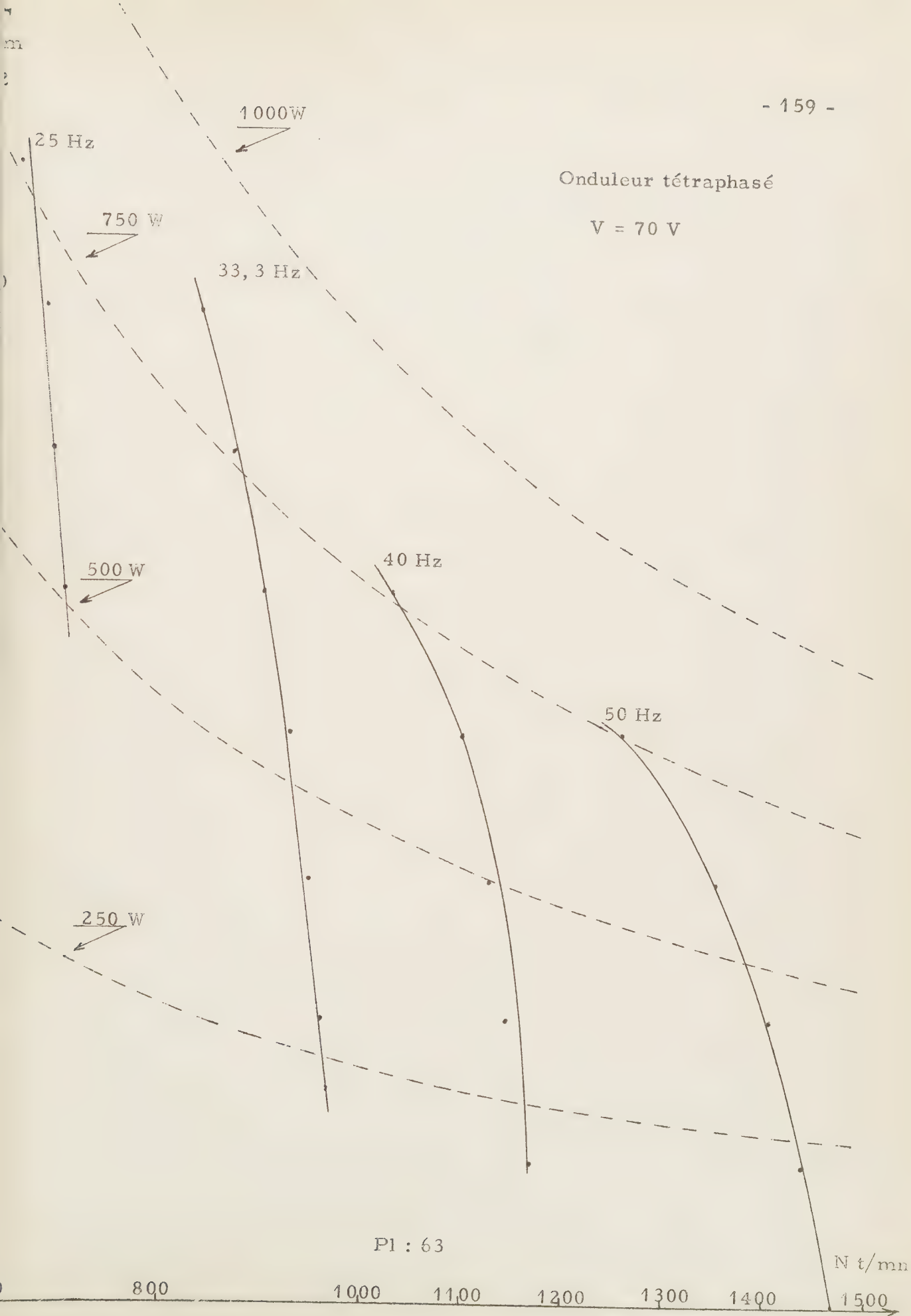
Onduleur tétraphasé

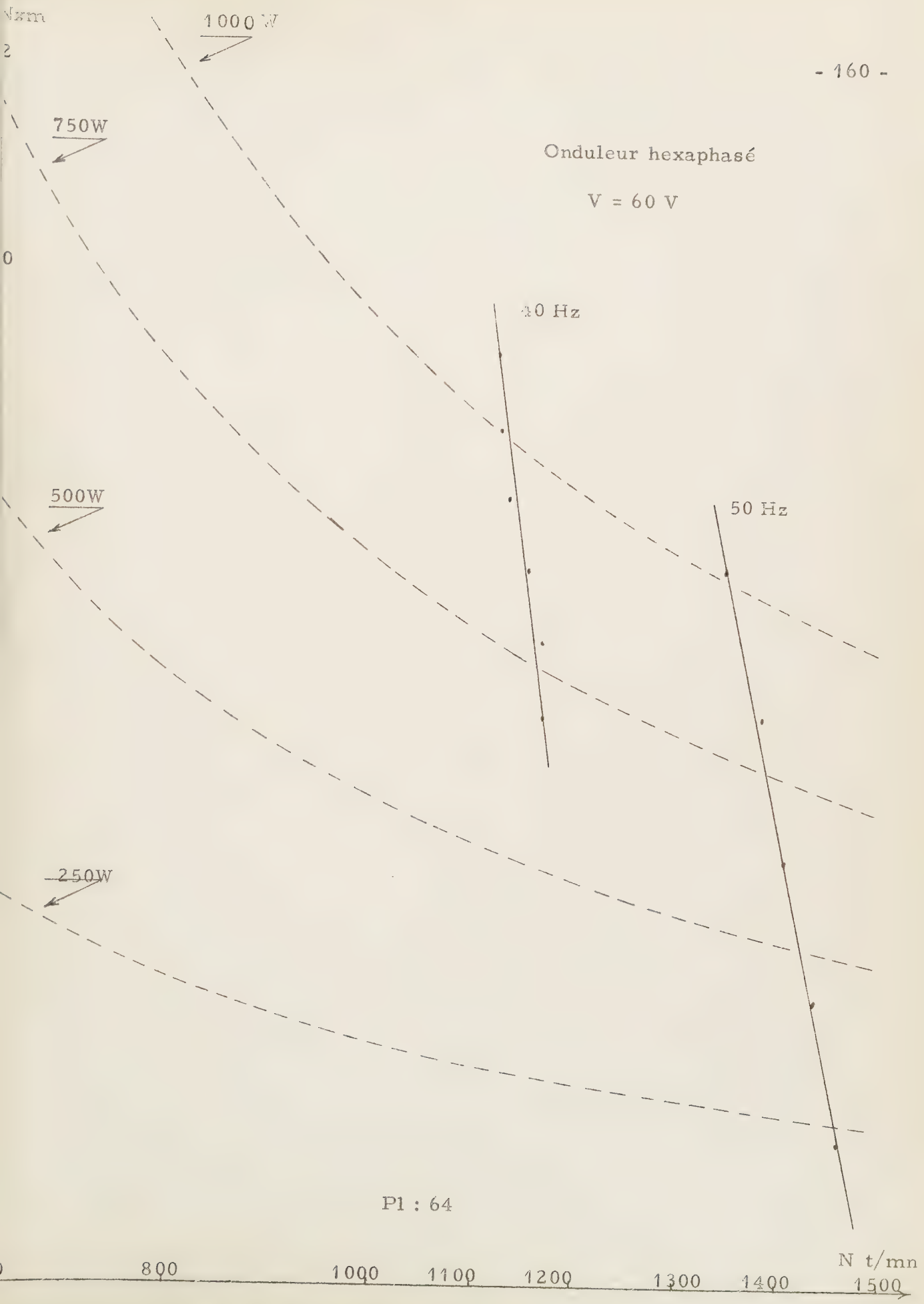
$V = 80 \text{ V}$



Onduleur tétraphasé

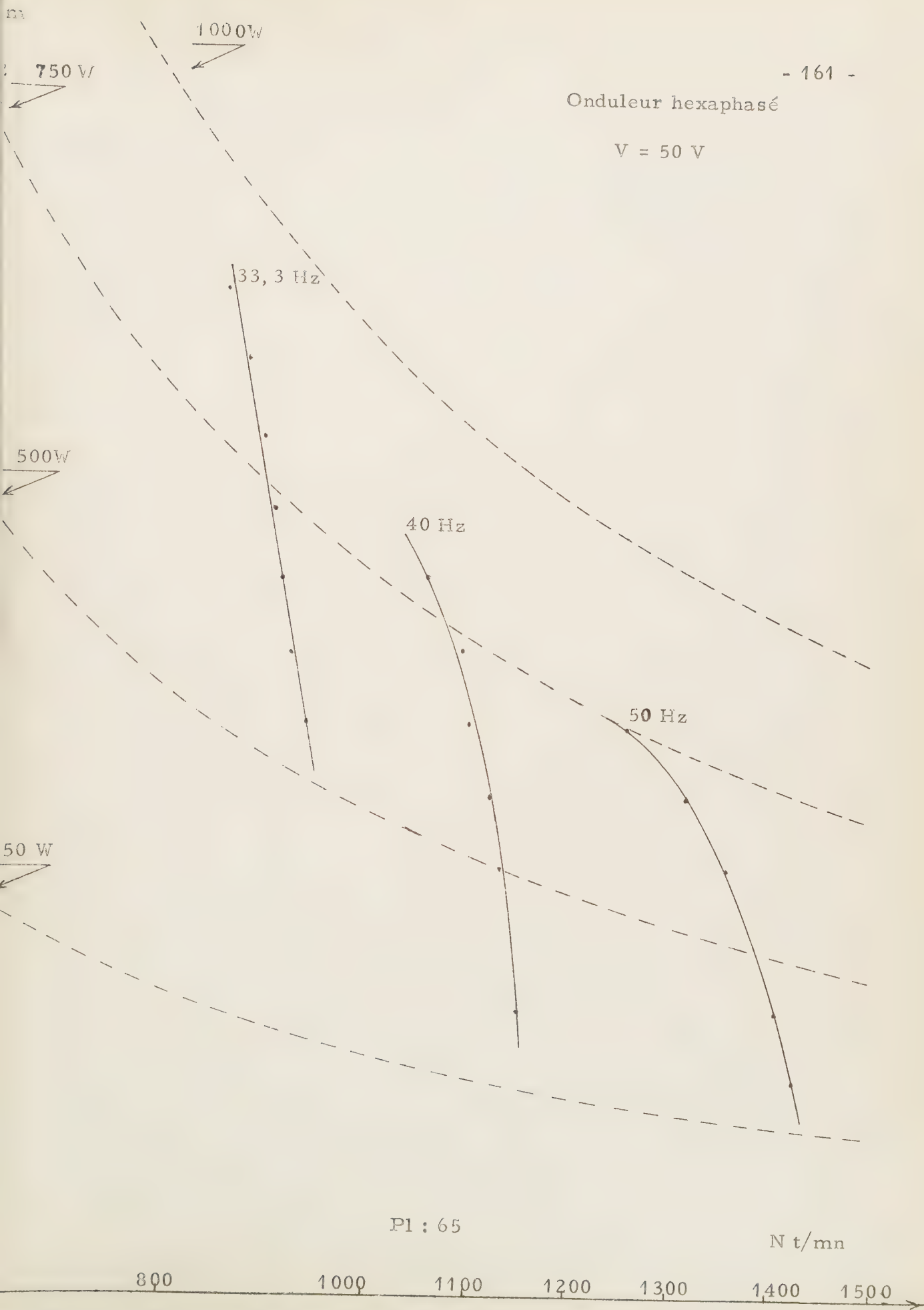
$V = 70 \text{ V}$

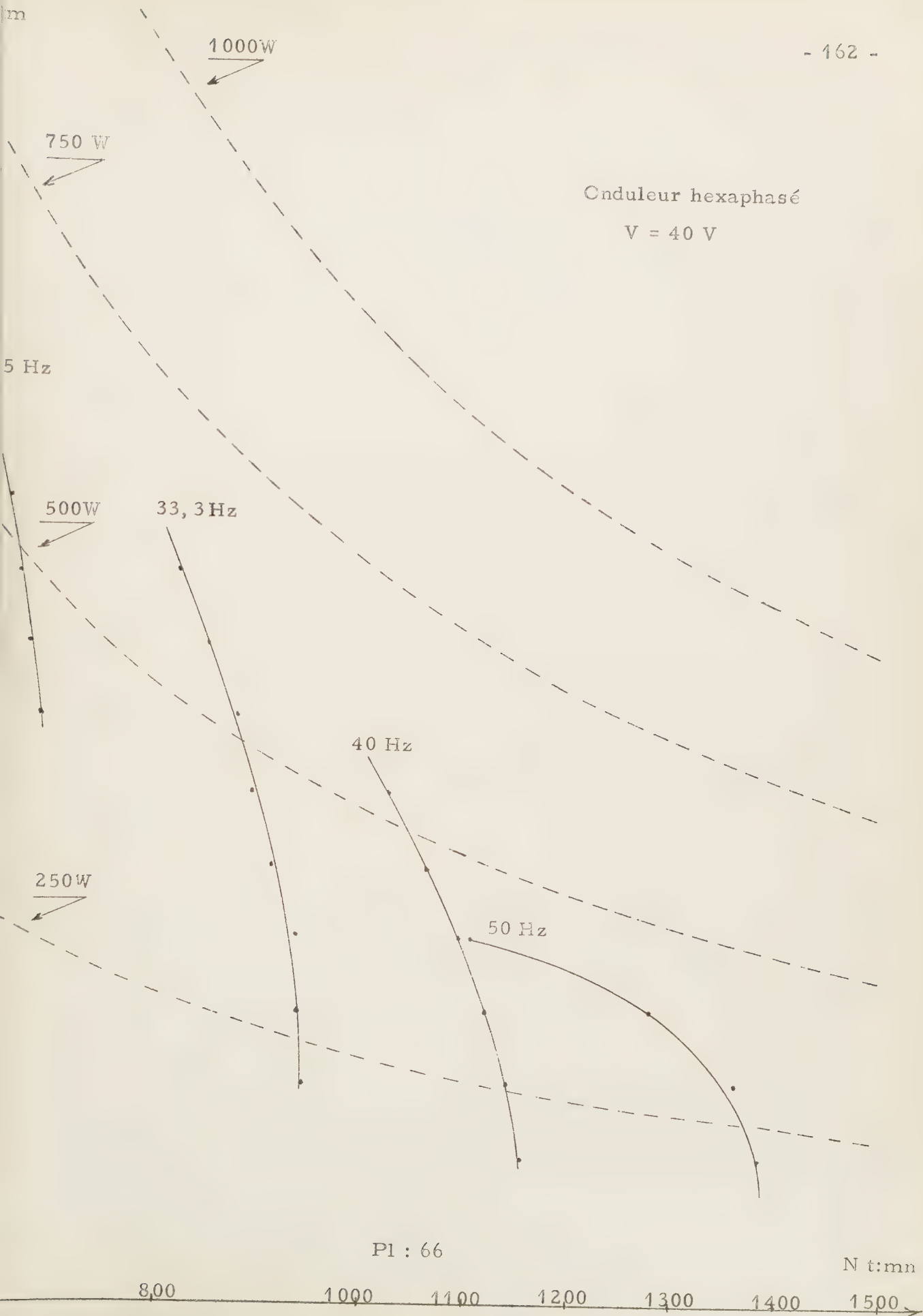




Onduleur hexaphasé

$V = 50 \text{ V}$





- CONCLUSION -

- : - : - : - : - : - : -

Notre étude nous a permis de montrer que le fonctionnement d'un moteur asynchrone à nombre de phases statoriques variable, alimenté à fréquence variable, peut s'étudier en toute généralité à l'aide de diagrammes unitaires.

Dans le cas où la résistance d'un enroulement statorique est nulle on peut décrire son fonctionnement à l'aide d'un diagramme circulaire unique en utilisant des grandeurs réduites. Les différents modes d'alimentation et de fonctionnement entraînent alors un simple changement d'échelle de lecture du diagramme.

Si au contraire on insère une résistance dans les enroulements statoriques on obtient un faisceau de cercles et on peut alors graduer le plan des courants (respectivement puissances ou couple) tant en fréquences statoriques qu'en fréquences rotoriques.

Par ailleurs nous avons alimenté le moteur à l'aide d'un convertisseur statique par des tensions en créneaux formant des systèmes équilibrés. Nous avons alors montré que les ordres des harmoniques pouvant

créer des couples électromagnétiques sont astreints à vérifier des relations très restrictives. On en déduit que très rapidement leur influence devient négligeable devant le couple fondamental.

Enfin nous avons vérifié expérimentalement que le système mis au point donnait des résultats satisfaisants dans une large gamme de fréquences et conduisait à une utilisation intéressante des performances du moteur utilisé.

- BIBLIOGRAPHIE -

- 1 BEDFORD et HOFT Principles of inverter circuits.
John Wiley and Sons Inc New-York 1964.
- 2 LECORGUILLIER Les vannes électroniques à électrodes de
déclenchement, Dunod, Paris, 1966.
- 3 GUDEFIN Cours Electrotechnique professé à
l'E.N.S.E.M. , non publié.
- 4 MAUDUIT Machines électriques II
Dunod, Paris, 1931
- 5 CAHEN Electrotechnique Tome 4
Gauthier Villars, Paris 1964
- 6 GENERAL ELECTRIC SCR Manual 4th Edition
G.E. Syracuse 1 N.Y. 1967
- 7 TELLIOGLU Thèse, Faculté des Sciences de Paris,
Mars 1965.
- 8 DEMONTVIGNIER Méthode générale de calcul des onduleurs
R.G.E. Juin 1962.
- 9 C.F. WAGNER Parallel inverter with resistance load
Trans. American IEE 54 1935.

- 10 CF. WAGNER Parallel inverter with inductive load .
Trans. American IEE, 55, 1936.
- 11 D.R. GRAFHAM Now the gate turn off switch speeds up
DC switching Electronics vol 37 N° 12, 23 Mars 64
- 12 HASAEV I. O. Operation of an asynchronous motor supplied
by a transistor inverter .
Elektrichestvo , Tome 9 1961.
- 13 HC H.H. Sine wave thyristor parallel inverter with
improved commutation
Proc. Instn Elect. Engrs. G.B. (1966) 113 n° 12
- 14 JORDANOV (DS) Régulation de la vitesse de rotation des moteurs
DEDELCHEN (NP) asynchrones au moyen de la variation de
fréquence. Tekh. Misal, Balg (1966) 3, n° 6,
15- 9.
- 15 C.G. KING Variable frequency thyristor inverter for induction
motor speed control.
Direct Current 10 - 1965.
- 16 LANDAU (I.D.) Reglage automatique de la vitesse de moteur
GAVAT (S) asynchrone par variation de la tension et de
FELEA (M) la fréquence à l'aide de convertisseur
MANOLESCU(R) statique. Electrotechnica Roman (1966)
14 n° 7

- 17 H.R. LOWRY Voltage Regulated SCR inverter with sinewave
out put and current limiting.
Colloque International sur les semi-conducteurs
Paris, Vol.2.
- 18 MANOLESCU(R) Contribution à l'étude du régime transitoire de
moteurs asynchrones alimentés sous une tension
et à une fréquence variables.
Electrotechnica, Roman (1966), 14, n° 6
- 19 R.H. MURPHY Silicon controlled rectifier Static alternators
NAMBIAR Proc. IEE Vol 110 n°6 June 1963.
- 20 R.H. MURPHY Developing true solid-state static alternators
Electronics May 24 1963.
- 21 OHNO (E) Speed control of a-c. motors with adjustable
AKAMATSU (M) frequency thyristor inverter.
Mitsubishi Denki lab. rep, Jap (1965) 6, n°2.
- 22 TELLIOGLU La régulation de l'asservissement des vitesses de
moteurs asynchrones par un convertisseur triphasé
à thyristors.
R.G.E. tome 74 n° 10 Oct. 1965.
- 23 E.E. WARD Time domain analysis of the inverter - fed
A. KAZI induction motor.
R. FARKAS Proceedings of IEE vol 114 n°3 March 1967.
- 24 R.H. MURPHY Developing true solid - state static alternators
Electronics May 24 1963

Vu, Approuvé
et permis d'Imprimer

NANCY, le 28 MAI 1969

Le DOYEN,

J. AUBRY

